§3. სიმრავლეთა სისტემები.

3.1. მოცემული სიმრავლის ქვესიმრავლეთა სისტემის განმარტება.

ვთქვათ, მოცემულია რაიმე X სიმრავლე. შეგახსენებთ, რომ (იხ. 2.15) $\mathcal{P}(X)$ სიმბოლოთი აღინიშნება X სიმრავლის ყველა ქვესიმრავლეთა სიმრავლე.

ვთქვათ, ასევე, I რაიმე (არაცარიელი) სიმრავლეა. I სიმრავლეს ინდექსთა სიმრავლე, მის თითოეული ელემენტს კი ინდექსი ვუწოდოთ.

განვიხილოთ ნებისმიერი $f: I \to \mathcal{P}(X)$ ასახვა. ყოველი ასეთი ასახვა I სიმრავლის ყოველ ელემენტს, ანუ ყოველ ინდექსს $\mathcal{P}(X)$ სიმრავლის ელემენტს, ანუ X სიმრავლის რომელიღაც ქვესიმრავლეს უთანადებს. ამრიგად, ყოველი $i \in I$ -სათვის, $f(i)$ არის X სიმრავლის გარკვეული ქვესიმრავლე.

ყოველ ასეთ ასახვას I სიმრავლით ინდექსირებული **სიმრავლეთა სისტემა**, უფრო ზუსტად კი X სიმრავლის (I სიმრავლით ინდექსირებული) ქვესიმრავლეთა სისტემა ვუწოდოთ.

აქ მიღებულია ასეთი აღნიშვნები: როცა X , I და f ფიქსირებულია (ანუ, როცა გასაგებია რომელ X და I სიმრავლეებზე და რომელ $f: I \to \mathcal{P}(X)$ ასახვაზეა ლაპარაკი), ყოველი $f(i)$-ს აღსანიშნავად (რომელიც წარმოადგენს X სიმრავლის ქვესიმრავლეს) ირჩევენ ლათინური ანბანის რომელიმე ასოს, მაგალითად, X -ს და $f(i)$-ს ნაცვლად წერენ X_i-ს; თვითონ f ასახვას (ანუ სიმრავლეთა სისტემას) კი ასე აღნიშნავენ: $(X_i)_{i \in I}$.

X_i სიმრავლეს სიმრავლეთა $(X_i)_{i \in I}$ სისტემის (i-ურ) წევრს (ან i ინდექსის მქონე წევრს) უწოდებენ.

იმ შემთხვევაში, თუ I თვლადი (შესაბამისად, სასრული) სიმრავლეა, სიმრავლეთა სისტემას უწოდებენ თვლადს (შესაბამისად, სასრულს). კერძოდ, თუ $I = \mathbb{N}$ (შესაბამისად, თუ $I = \{1, 2, ..., n\}$), $(X_i)_{i \in I}$ -ის ნაცვლად წერენ: $(X_n)_{n=1}^{\infty}$-ს, ან $(X_1, X_2, ..., X_n, ...)$ -ს (შესაბამისად, $(X_i)_{i=1}^{n}$-ს, ან $(X_1, ..., X_n)$ -ს).

მაგალითად, $(0;1), (1;2), (2,3), ..., (n-1;n), ... = (n-1;n)_{n=1}^{\infty}$ წარმოადგენს $\mathbb{R}$ -ის ქვესიმრავლეთა (თვლად) სისტემას, რომელიც ინდექსირებულია ნატურალურ რიცხვთა $\mathbb{N}$ სიმრავლით და რომელის წევრებიც $(n-1;n)$ სახის (სადაც $n \in \mathbb{N}$) ღია ინტერვალებია.

ასახვათა ტოლობის განმარტებიდან გამომდინარეობს, რომ X სიმრავლის ქვესიმრავლეთა ორი $(X_i)_{i \in I}$ და $(X'_i)_{i \in I}$ სისტემა (რომლებიც ინდექსირებულია ერთი და იმავე I სიმრავლით) ერთმანეთის ტოლია, თუ ყოველი $i \in I$ -სათვის, $X_i = X'_i$.

ვთქვათ, $(X_i)_{i \in I}$ – X სიმრავლის ქვესიმრავლეთა რაიმე სისტემაა. ამ სისტემის ყველა წევრთა სიმრავლე აღვნიშნოთ $\{X_i\}_{i \in I}$ სიმბოლოთი.

სიმრავლეთა $(X_i)_{i \in I}$ სისტემას გააჩნია „იმდენი“ წევრი, „რამდენი“ ელემენტიცაა ინდექსთა I სიმრავლეში. ასე, რომ თუ I სიმრავლე უსასრულოა (კერძოდ, თვლადია) ამ სისტემას გააჩნია

უსასრულო (შესაბამისად, თვლადი) „რაოდენობის" წევრები. თუმცა, უსასრულო I სიმრავლის შემთხვევაშიც კი, $\{X_i\}_{i\in I}$ სიმრავლე შეიძლება სასრულიც და უფრო მეტიც, 1-ელემენტიანიც კი იყოს (სიმრავლეთა სისტემის წევრები შეიძლება „მეორდებოდეს").

მაგალითად, განვიხილოთ $\mathbb{R}$-ის ქვესიმრავლეთა ($\mathbb{N}$-ით ინდექსირებული) $(A_1, A_2, ..., A_n, ...)$ სისტემა, სადაც $A_n = [0;1]$ თუ n – კენტია და $A_n = (0;+\infty)$, თუ n – ლუწია.

ამ სისტემას გააჩნია უსასრულო რაოდენობის წევრები, მაგრამ ამ სისტემის წევრთა $\{A_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ სიმრავლე 2-ელემენტიანია: $\{A_n\}_{n\in\mathbb{N}} = \{[0;1],\ (0;+\infty)\}$.

მეორე მაგალითი: ვთქვათ, $(Q_1, Q_2, ..., Q_n, ...)$ – $\mathbb{R}$-ის ქვესიმრავლეთა ($\mathbb{N}$-ით ინდექსირებული) უსასრულო (თვლადი) სისტემაა, სადაც ყოველი n-სათვის $Q_n = \mathbb{Q}$. მაშინ ამ სისტემის წევრთა სიმრავლე 1-ელემენტიანია: $\{Q_n\}_{n\in\mathbb{N}} = \{\mathbb{Q}\}$.

სიმრავლეს, რომლის თითოეული ელემენტი გარკვეული X სიმრავლის რაიმე ქვესიმრავლეს წარმოადგენს, X სიმრავლის ქვესიმრავლეთა ოჯახს, ან, უბრალოდ, **სიმრავლეთა ოჯახს** უწოდებენ. ამ ტერმინოლოგიაში, თუ $(X_i)_{i\in I}$ – X სიმრავლის ქვესიმრავლეთა რაიმე სისტემაა, მაშინ ამ სისტემის ყველა წევრთა $\{X_i\}_{i\in I}$ სიმრავლე X სიმრავლის ქვესიმრავლეთა (ან, უბრალოდ, სიმრავლეთა) ოჯახს წარმოადგენს.

ვთქვათ, $\mathcal{A}$ – X სიმრავლის ქვესიმრავლეთა რაიმე ოჯახია. X-ის ქვესიმრავლეთა ამ **ოჯახის შესაბამისი სიმრავლეთა სისტემა** დავარქვათ X-ის ქვესიმრავლეთა სისტემას, რომელიც განმარტებულია შემდეგნაირად:

ინდექსთა სიმრავლის როლში განვიხილოთ თვითონ $\mathcal{A}$ სიმრავლე, ხოლო $f : \mathcal{A} \to \mathcal{P}(X)$ ასახვა განვმარტოთ შემდეგი წესის მიხედვით: ნებისმიერი $X \in \mathcal{A}$-სათვის $f(X) = X \in \mathcal{P}(X)$.

3.2. სიმრავლეთა სისტემის გაერთიანება.

ვთქვათ, $(X_i)_{i\in I}$ – X სიმრავლის ქვესიმრავლეთა რაიმე სისტემაა. **სიმრავლეთა** ამ **სისტემის გაერთიანება** ეწოდება X სიმრავლის შემდეგ ქვესიმრავლეს (რომელიც ასე აღინიშნება $\bigcup_{i\in I} X_i$):

$$\bigcup_{i\in I} X_i = \{\, x \mid \text{არსებობს (ერთი მაინც) ისეთი } i \in I \text{, რომ } x \in X_i \,\}.$$

თვლადი $(X_i)_{n\in\mathbb{N}}$ სისტემის გაერთიანებას ასეც აღნიშნავენ: $\bigcup_{i=1}^{\infty} X_i$.

ამრიგად, $\bigcup_{i\in I} X_i$ არის X სიმრავლის ყველა იმ ელემენტთა სიმრავლე, რომელთაგან თითოეული ეკუთვნის მოცემული სისტემის ერთ წევრს მაინც.

მაგალითად, $\mathbb{R}$-ის ქვესიმრავლეთა $[0;1),[1;2),[2;3),...,[n-1;n),... = ([n-1;n))_{n\in\mathbb{N}}$ სისტემის გაერთიანებაა: $\bigcup_{i=1}^{\infty}[n-1;n)=[0;+\infty)$. შეამოწმეთ!

სიმრავლეთა ოჯახის გაერთიანება დავარქვათ ამ ოჯახის შესაბამისი სიმრავლეთა სისტემის გაერთიანებას. ამრიგად, სიმრავლეთა ოჯახის გაერთიანება არის სიმრავლე, რომელიც შედგება იმ და მხოლოდ იმ ელემენტებისაგან, რომელთაგან თითოეული ეკუთვნის ამ ოჯახში შემავალ ერთ სიმრავლეს მაინც (ანუ, ამ ოჯახის ერთ ელემენტს მაინც).

სიმრავლეთა $\mathcal{A}$ ოჯახის გაერთიანება შემდეგნაირად აღინიშნება: $\bigcup\mathcal{A}$.

3.2. სიმრავლეთა სისტემის თანაკვეთა.

ვთქვათ, $(X_i)_{i\in I}$ – X სიმრავლის ქვესიმრავლეთა რაიმე სისტემაა. **სიმრავლეთა** ამ **სისტემის თანაკვეთა** ეწოდება X სიმრავლის შემდეგ ქვესიმრავლეს (რომელიც აღინიშნება $\bigcap_{i\in I}X_i$ სიმბოლოთი):

$$\bigcap_{i\in I}X_i=\{\,x|\text{ ნებისმიერი } i\in I \text{ -სათვის } x\in X_i\,\}.$$

თვლადი $(X_i)_{n\in\mathbb{N}}$ სისტემის თანაკვეთას ასეც აღნიშნავენ: $\bigcap_{i=1}^{\infty}X_i$.

ამრიგად, $\bigcap_{i\in I}X_i$ არის X სიმრავლის ყველა იმ ელემენტთა სიმრავლე, რომელთაგან თითოეული ეკუთვნის მოცემული სისტემის ყოველ წევრს.

მაგალითად, $\mathbb{R}$-ის ქვესიმრავლეთა $\left([-1;1],\left[-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right],\left[-\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right],...,\left[-\frac{1}{n};\frac{1}{n}\right],...\right)=\left(\left[-\frac{1}{n};\frac{1}{n}\right]\right)_{n\in\mathbb{N}}$ თვლადი სისტემის თანაკვეთაა: $\bigcap_{i=1}^{\infty}\left[-\frac{1}{n};\frac{1}{n}\right]=\{0\}$. შეამოწმეთ!

სიმრავლეთა ოჯახის თანაკვეთა დავარქვათ ამ ოჯახის შესაბამისი სიმრავლეთა სისტემის თანაკვეთას. ამრიგად, სიმრავლეთა ოჯახის თანაკვეთა არის სიმრავლე, რომელიც შედგება იმ და მხოლოდ იმ ელემენტებისაგან, რომელთაგან თითოეული ეკუთვნის ამ ოჯახში შემავალ ყოველ სიმრავლეს მაინც (ანუ, ამ ოჯახის ყოველ ელემენტს).

სიმრავლეთა $\mathcal{A}$ ოჯახის თანაკვეთა შემდეგნაირად აღინიშნება: $\bigcap\mathcal{A}$.

3.3. დე მორგანის კანონები სიმრავლეთა სისტემებისათვის.

ვთქვათ, $(X_i)_{i\in I}$ – X სიმრავლის ქვესიმრავლეთა რაიმე სისტემაა. განვიხილოთ X სიმრავლის ქვესიმრავლეთა (იმავე I სიმრავლით ინდექსირებული) ასეთი სისტემა: $C_X(X_i)_{\ i\in I}$, რომლის წევრებსაც საწყისი სისტემის წევრთა X სიმრავლემდე დამატებები წარმოადგენენ (იხ. 1.4).

სამართლიანია შემდეგი ორი სიმრავლური ტოლობა (**დე მორგანის კანონები სიმრავლეთა სისტემებისათვის**):

$$C_X\left(\bigcup_{i\in I} X_i\right)=\bigcap_{i\in I} C_X(X_i)$$ (**გაერთიანების დამატება დამატებების თანაკვეთის ტოლია**)

და

$$C_X\left(\bigcap_{i\in I} X_i\right)=\bigcup_{i\in I} C_X(X_i)$$ (**თანაკვეთის დამატება დამატებების გაერთიანების ტოლია**).

ორივე ეს ტოლობა მარტივად მტკიცდება (საჭიროა, მხოლოდ შესაბამისი განმარტებების სათანადოდ გააზრება). სავარჯიშოს სახით სასარგებლო იქნება ამ ტოლობების შემოწმება.

3.4. სიმრავლეთა სისტემის გაერთიანებისა და თანაკვეთის ანასახი.

ვთქვათ მოცემულია X სიმრავლიდან Y სიმრავლეში $f: X\to Y$ ასახვა და ვთქვათ, $(X_i)_{i\in I}$ – X სიმრავლის ქვესიმრავლეთა რაიმე სისტემაა. განვიხილოთ Y სიმრავლის ქვესიმრავლეთა შემდეგი სისტემა: $\left(f(X_i)\right)_{i\in I}$, სადაც (ყოველი $i\in I$-სათვის) $f(X_i)$ – X_i სიმრავლის ანასახია Y სიმრავლეში f ასახვის დროს (იხ. 2.4).

წინადადება. სამართლიანია შემდეგი:

(i) $$f\left(\bigcup_{i\in I} X_i\right)=\bigcup_{i\in I} f(X_i)$$ (**სიმრავლეთა სისტემის გაერთიანების ანასახი ანასახების გაერთიანების ტოლია**).

და

(ii) $$f\left(\bigcap_{i\in I} X_i\right)\subset\bigcap_{i\in I} f(X_i)$$ (**სიმრავლეთა სისტემის თანაკვეთის ანასახი ანასახების თანაკვეთის ქვესიმრავლეა**).

დამტკიცება. ჯერ დავამტკიცოთ (i). განვიხილოთ ნებისმიერი $y\in f\left(\bigcup_{i\in I} X_i\right)$. მაშინ არსებობს ისეთი $x\in\bigcup_{i\in I} X_i$, რომ $y=f(x)$. რადგან $x\in\bigcup_{i\in I} X_i$, არსებობს ისეთი $i_0\in I$, რომ $x\in X_{i_0}$. რადგან $x\in X_{i_0}$ და $y=f(x)$, შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ $y\in f(X_{i_0})$ და, მაშასადამე, $y\in\bigcup_{i\in I} f(X_i)$.

ამრიგად, ნებისმიერი y, რომელიც ეკუთვნის $f\left(\bigcup_{i\in I} X_i\right)$ სიმრავლეს, ეკუთვნის $\bigcup_{i\in I} f(X_i)$ სიმრავლესაც. ეს კი ნიშნავს იმას, რომ $f\left(\bigcup_{i\in I} X_i\right)\subset\bigcup_{i\in I} f(X_i)$.

ახლა განვიხილოთ ნებისმიერი $y\in\bigcup_{i\in I} f(X_i)$. რადგან y ეკუთვნის $\bigcup_{i\in I} f(X_i)$ გაერთიანებას, არსებობს ისეთი $i_0\in I$, რომ $y\in f(X_{i_0})$. რადგან $y\in f(X_{i_0})$, არსებობს ისეთი $x\in X_{i_0}$, რომ $y=f(x)$. მაგრამ რადგან x ეკუთვნის X_{i_0}-ს, $x\in\bigcup_{i\in I} X_i$. ამიტომ (რადგან $y=f(x)$) გვექნება: $y\in f\left(\bigcup_{i\in I} X_i\right)$. ამით, ნაჩვენებია, რომ $\bigcup_{i\in I} f(X_i)\subset f\left(\bigcup_{i\in I} X_i\right)$.

$f\left(\bigcup_{i\in I} X_i\right)\subset\bigcup_{i\in I} f(X_i)$ და $\bigcup_{i\in I} f(X_i)\subset f\left(\bigcup_{i\in I} X_i\right)$ თანაფარდობებიდან გამომდინარეობს, რომ $f\left(\bigcup_{i\in I} X_i\right)=\bigcup_{i\in I} f(X_i)$.

ამით, (i) დამტკიცებულია.

ახლა დავამტკიცოთ (ii). ამისათვის განვიხილოთ ნებისმიერი $y\in f\left(\bigcap_{i\in I} X_i\right)$. რადგან $y\in f\left(\bigcap_{i\in I} X_i\right)$, არსებობს ისეთი $x\in\bigcap_{i\in I} X_i$, რომ $y=f(x)$. რადგან $x\in\bigcap_{i\in I} X_i$, ამიტომ, ნებისმიერი $i\in I$-სათვის, $x\in X_i$. ეს კი (რადგან $y=f(x)$) ნიშნავს იმას, რომ ნებისმიერი $i\in I$-სათვის $y\in f(X_i)$. მაშასადამე, $y\in\bigcap_{i\in I} f(X_i)$. აქედან, რადგან y აღებული იყო ნებისმიერად, გამომდინარეობს, რომ $f\left(\bigcap_{i\in I} X_i\right)\subset\bigcap_{i\in I} f(X_i)$.

ამით (ii) დამტკიცებულია.

შენიშვნა. აქ შეიძლება გაჩნდეს შეკითხვა: ხომ არა აქვს (ii)-ში ადგილი ტოლობას, ანუ, ხომ არ არის სამართლიანი $\bigcap_{i\in I} f(X_i)\subset f\left(\bigcap_{i\in I} X_i\right)$ ჩართვაც? თურმე, საზოგადოდ, ეს ასე არ არის, რაზეც მიუთითებს შემდეგი მაგალითი:

ვთქვათ, $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ ასახვა მოცემულია ფორმულით: $f(x)=x^2$. განვიხილოთ $\mathbb{R}$-ის ქვესიმრავლეთა შემდეგი $(A_i)_{i\in I}$ სისტემა, რომელიც ინდექსირებულია 2-ელემენტიანი $I=\{1,2\}$ სიმრავლით, სადაც $A_1=[-1;0]$ და $A_2=[0;1]$.

ცხადია, $\bigcap_{i\in I} A_i=\{0\}$ და მაშასადამე, $f\left(\bigcap_{i\in I} A_i\right)=f(\{0\})=\{0\}$.

მეორე მხრივ, $f(A_1)=f([-1;0])=[0;1]$ და $f(A_2)=f([0;1])=[0;1]$. ამიტომ, $\bigcap_{i\in I} f(A_i)=[0;1]$.

მაშასადამე, $\bigcap_{i\in I} f(A_i)=[0;1]\not\subset\{0\}=f\left(\bigcap_{i\in I} A_i\right)$.

3.5. სიმრავლეთა სისტემის გაერთიანებისა და თანაკვეთის წინა სახე.

ვთქვათ მოცემულია X სიმრავლიდან Y სიმრავლეში $f: X\to Y$ ასახვა და ვთქვათ, $(Y_i)_{i\in I}$ – Y სიმრავლის ქვესიმრავლეთა რაიმე სისტემაა. განვიხილოთ X სიმრავლის ქვესიმრავლეთა შემდეგი სისტემა: $\left(f^{-1}(Y_i)\right)_{i\in I}$, სადაც (ყოველი $i\in I$-სათვის) $f^{-1}(Y_i)$ – Y_i სიმრავლის წინა სახეა X სიმრავლეში f ასახვის დროს (იხ. 2.6).

წინადადება. სამართლიანია შემდეგი:

(i) $f^{-1}\left(\bigcup_{i\in I} Y_i\right)=\bigcup_{i\in I} f^{-1}(Y_i)$ (**სიმრავლეთა სისტემის გაერთიანების წინა სახე წინა სახეების გაერთიანების ტოლია**).

და

(ii) $f^{-1}\left(\bigcap_{i\in I} Y_i\right)=\bigcap_{i\in I} f^{-1}(Y_i)$ (**სიმრავლეთა სისტემის თანაკვეთის წინა სახე წინა სახეების თანაკვეთის ტოლია**).

დამტკიცება. დავამტკიცოთ, მაგალითად, (ii) ((i) ტოლობა მტკიცდება სავსებით ანალოგიურად).

ვთქვათ $x\in f^{-1}\left(\bigcap_{i\in I} Y_i\right)$. მაშინ $f(x)\in\bigcap_{i\in I} Y_i$. ეს კი ნიშნავს იმას, რომ ნებისმიერი $i\in I$-სათვის $f(x)\in Y_i$, საიდანაც გამომდინარეობს, რომ (ნებისმიერი $i\in I$-სათვის) $x\in f^{-1}(Y_i)$. ე. ი. $x\in\bigcap_{i\in I} f^{-1}(Y_i)$. ამით, ნაჩვენებია, რომ $f^{-1}\left(\bigcap_{i\in I} Y_i\right)\subset\bigcap_{i\in I} f^{-1}(Y_i)$.

ახლა, ვთქვათ, $x\in\bigcap_{i\in I} f^{-1}(Y_i)$. მაშინ ნებისმიერი $i\in I$-სათვის $x\in f^{-1}(Y_i)$. ეს კი ნიშნავს იმას, რომ (ნებისმიერი $i\in I$-სათვის) $f(x)\in Y_i$. მაგრამ მაშინ $f(x)\in\bigcap_{i\in I} Y_i$, საიდანაც გამომდინარეობს, რომ $x\in f^{-1}\left(\bigcap_{i\in I} Y_i\right)$. ამით, ნაჩვენებია, რომ $\bigcup_{i\in I} f^{-1}(Y_i)\subset f^{-1}\left(\bigcup_{i\in I} Y_i\right)$.

$f^{-1}\left(\bigcap_{i\in I} Y_i\right) \subset \bigcap_{i\in I} f^{-1}(Y_i)$ -ისა და $\bigcup_{i\in I} f^{-1}(Y_i) \subset f^{-1}\left(\bigcup_{i\in I} Y_i\right)$ -ის საფუძველზე, საბოლოოდ დავასკვნით, რომ $f^{-1}\left(\bigcap_{i\in I} Y_i\right) = \bigcap_{i\in I} f^{-1}(Y_i)$.

ამით, (ii) ტოლობა დამტკიცებულია.

3.6. სავარჯიშო ამოცანები.

3.6.1. იპოვეთ სიმრავლეთა $((-n;n))_{n=1}^{\infty}$ სისტემის გაერთიანება.

3.6.2. იპოვეთ სიმრავლეთა $\left(\left(0;\frac{1}{n}\right)\right)_{n=1}^{\infty}$ სისტემის თანაკვეთა.

3.6.3. იპოვეთ $f\left(\bigcup_{n=1}^{2} A_n\right)$, სადაც $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ ფუნქცია მოცემულია $f(x)=\sin x$ ფორმულით, $A_1=[0;\pi]$ და $A_2=[\pi;2\pi]$.

3.6.4. იპოვეთ $f\left(\bigcap_{n=1}^{2} A_n\right)$, სადაც $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ ფუნქცია მოცემულია $f(x)=\sin x$ ფორმულით, $A_1=[0;\pi]$ და $A_2=[\pi;2\pi]$.

3.6.5. იპოვეთ $f^{-1}\left(\bigcup_{n=1}^{2} B_n\right)$, სადაც $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ ფუნქცია მოცემულია $f(x)=x^2$ ფორმულით, $B_1=[0;4]$ და $B_2=[1;9]$.

3.6.6. იპოვეთ $f^{-1}\left(\bigcap_{n=1}^{2} B_n\right)$, სადაც $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ ფუნქცია მოცემულია $f(x)=x^2$ ფორმულით, $B_1=[0;4]$ და $B_2=[1;9]$.

3.6.7. იპოვეთ $f^{-1}\left(\bigcup_{n=1}^{2} C_n\right)$, სადაც $C_1=[-1;2)$, $C_2=(0;3)$, ხოლო $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ ფუნქცია განმარტებულია ასე: $f(x)=\begin{cases}1, & \text{თუ } x\in\mathbb{Q};\\ 0, & \text{თუ } x\in\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}.\end{cases}$

3.6.8. იპოვეთ $f^{-1}\left(\bigcap_{n=1}^{2} C_n\right)$, სადაც $C_1=[-1;2)$, $C_2=(0;3)$, ხოლო $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ ფუნქცია განმარტებულია ასე: $f(x)=\begin{cases}1, & \text{თუ } x\in\mathbb{Q};\\ 0, & \text{თუ } x\in\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}.\end{cases}$