სპეციალური აღნიშვნები

ქვემოთ გამოყენებული იქნება შემდეგი სტანდარტული აღნიშვნები:

$\mathbb{N}$ - ყველა ნატურალურ (ანუ, მთელ დადებით) რიცხვთა სიმრავლე.

$\mathbb{Z}$ - ყველა მთელ რიცხვთა სიმრავლე.

$\mathbb{Q}$ - ყველა რაციონალურ რიცხვთა სიმრავლე.

$\mathbb{R}$ - ყველა ნამდვილ რიცხვთა სიმრავლე.

თუ a და b ისეთი ორი ნამდვილი რიცხვია, რომ $a<b$, მაშინ:

$(a;b)$ - აღნიშნავს ყველა იმ ნამდვილ x რიცხვთა სიმრავლეს, რომელთაგან თითოეული მეტია a -ზე და ნაკლებია b -ზე.

$(a;b]$ - აღნიშნავს ყველა იმ ნამდვილ x რიცხვთა სიმრავლეს, რომელთაგან თითოეული მეტია a -ზე და არ აღემატება b -ს.

$[a;b)$ - აღნიშნავს ყველა იმ ნამდვილ x რიცხვთა სიმრავლეს, რომელთაგან თითოეული არ არის ნაკლები a -ზე და ნაკლებია b -ზე.

$[a;b]$ - აღნიშნავს ყველა იმ ნამდვილ x რიცხვთა სიმრავლეს, რომელთაგან თითოეული არ არის ნაკლები a -ზე და არ აღემატება b -ს.

თუ c ნებისმიერი ნამდვილი რიცხვია, მაშინ:

$(-\infty;c)$ - აღნიშნავს ყველა იმ ნამდვილ x რიცხვთა სიმრავლეს, რომელთაგან თითოეული ნაკლებია c -ზე.

$(-\infty;c]$ - აღნიშნავს ყველა იმ ნამდვილ x რიცხვთა სიმრავლეს, რომელთაგან თითოეული არ აღემატება c -ს.

$(c;+\infty)$ - აღნიშნავს ყველა იმ ნამდვილ x რიცხვთა სიმრავლეს, რომელთაგან თითოეული მეტია c -ზე.

$[c;+\infty)$ - აღნიშნავს ყველა იმ ნამდვილ x რიცხვთა სიმრავლეს, რომელთაგან თითოეული არ არის ნაკლები c -ზე.

$\mathbb{R}$ სიმრავლის აღსანიშნავად, ზოგჯერ შეიძლება გამოყენებული იყოს $(-\infty;+\infty)$ ჩანაწერი.

ბოლო ცხრა სიმრავლეს რიცხვით შუალედებს უწოდებენ.

ნამდვილ რიცხვთა ყველა შესაძლო დალაგებულ წყვილთა სიმრავლეს აღვნიშნავთ $\mathbb{R}^2$ სიმბოლოთი. თუ სიბრტყეზე მოცემულია მართკუთხა კოორდინატთა სისტემა, მაშინ $\mathbb{R}^2$ სიმრავლის შემადგენელი თითოეული დალაგებული (x,y) წყვილი გეომეტრიულად შეიძლება ინტერპრეტირებულ იქნას, როგორც ზემოაღნიშნული სიბრტყის ის (ერთადერთი) წერტილი, რომლის აბსცისაა x, ორდინატა კი y. ამასთან, ამ სიბრტყის ყოველი წერტილი რომელიღაც (ერთი) დალაგებული წყვილის გეომეტრიულ ინტერპრეტაციას წარმოადგენს.

§1. სიმრავლე. მოქმედებები სიმრავლეებზე.

1.1. რა გვესმის სიმრავლის ქვეშ?

სიმრავლე გაიგება როგორც ნებისმიერი ბუნების მქონე ობიექტების (საგნების) ერთობლიობა (კრებული, ოჯახი)[1], რომლებიც „კარგად განირჩევიან" ერთმანეთისაგან. სიმრავლის შემადგენელ თითოეულ ობიექტს ამ სიმრავლის ელემენტს (ან, ზოგჯერ წერტილს) უწოდებენ.

მაგალითად, შეიძლება ვილაპარაკოთ დროის მოცემულ მომენტში, მოცემულ ოთახში ადამიანების სიმრავლეზე, მოცემულ მომენტში ჩვენს გალაქტიკაში არსებულ ვარსკვლავთა სიმრავლეზე, სიმრავლეზე, რომლის ერთადერთ ელემენტს წარმოადგენს მოცემულ სიბრტყეზე მდებარე ყველა წრფეების სიმრავლე და ა. შ. თუმცა, საწყის ეტაპზე, ჩვენ, ძირითადად, საქმე გვექნება ე. წ. რიცხვით სიმრავლეებთან, რომელთა შემადგენელი ელემენტებიც ნამდვილი რიცხვებია.

სიმრავლეები, ჩვეულებრივ, დიდი ლათინური ასოებით ($A, B, C, ..., X, Y, ...$), ხოლო მათი შემადგენელი ელემენტები მცირე ლათინური ასოებით ($a, b, c, ..., x, y, ...$) აღინიშნება.

თუ a ობიექტი არის A სიმრავლის ელემენტი წერენ: $a \in A$ (იკითხება: a ეკუთვნის A-ს). წინააღმდეგ შემთხვევაში (ანუ, თუ a არ არის A სიმრავლის ელემენტი) წერენ: $a \notin A$, ან $a \overline{\in} A$ (იკითხება: a არ ეკუთვნის A-ს).

მაგალითად, $1 \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, ხოლო $0,5 \notin \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$.

სიმრავლეს, რომელიც შედგება სასრული რაოდენობის $a_1, a_2, ..., a_n$ ობიექტებისაგან, აღნიშნავენ ასე: $\{a_1, a_2, ..., a_n\}$. ამბობენ, რომ სასრული სიმრავლე m-ელემენტიანია, თუ ის შედგება m-ცალი ერთმანეთისაგან განსხვავებული ელემენტისგან. ასეთ სიმრავლეებს **სასრულ სიმრავლეებს** უწოდებენ. მაგალითად, პირველი სამი ნატურალური რიცხვისაგან შედგენილი $\{1, 2, 3\}$ სიმრავლე სასრულია (3-ელემენტიანია). $\{a, b, b\}$ სიმრავლე სასრულია და ის 2-ელემენტიანია, რადგან ის შეიცავს სულ ორ ერთმანეთისაგან განსხვავებულ ელემენტს (ლათინური ანბანის a და b ასოებს).

სიმრავლეებს, რომლებიც არ არის სასრული, **უსასრულო სიმრავლეებს** უწოდებენ. მაგალითად, ასეთია ყველა ნატურალურ რიცხვთა სიმრავლე.

---

[1] სიმრავლეთა თეორია შეიქმნა XIX საუკუნის ბოლოს - XX საუკუნის დასაწყისში და მისი ფუძემდებელია გერმანელი მათემატიკოსი გეორგ კანტორი. მნიშვნელოვანი წვლილი აქვს შეტანილი ამ კუთხით ასევე გერმანელ მათემატიკოს რიჰარდ დედეკინდს. ამ თეორიის საშუალებით შესაძლებელი გახდა უსასრულობის ბუნების ახლებური გაგება და დადგინდა ღრმა კავშირი ფორმალურ ლოგიკასთან, თუმცა, დასაწყისშივე, თეორია წააწყდა არსებით სირთულეებს ე. წ. პარადოქსების სახით და ნათელი გახდა, რომ კანტორისეული ეს თეორია (რომელსაც „გულუბრყვილო" ან „მიამიტურ" სიმრავლეთა თეორიას უწოდებენ) საჭიროებდა უფრო მკაცრ ლოგიკურ დაფუძნებას. შემუშავდა სიმრავლეთა სხვადასხვა აქსიომური თეორიები. მათ შორის ერთ-ერთი (და უფრო მეტად გავრცელებული) ცერმელო-ფრენკელის აქსიომური თეორიაა.

ვთქვათ, P არის რაიმე (ფიქსირებული) თვისება, რომელიც შეიძლება გააჩნდეს (ან არ გააჩნდეს) ამა თუ იმ ობიექტს (საგანს).

ყველა იმ x ობიექტთა სიმრავლე, რომელთაგან თითოეულს გააჩნია მოცემული P თვისება, აღინიშნება ასე: $\{x \mid x$-ს გააჩნია P თვისება$\}$, ან ასე: $\{x : x$-ს გააჩნია P თვისება$\}$ [2].

მაგალითად, $\{x | x \in \mathbb{R}$ და $x^2 = 9\}$ არის სიმრავლე, რომელიც შედგება ყველა იმ ნამდვილი რიცხვებისაგან, რომელთაგან თითოეულის კვადრატი 9-ის ტოლია. ცხადია, ეს სიმრავლე 2-ელემენტიანია, რომლის შემადგენელი ელემენტებია რიცხვები (-3) და 3. ამიტომ ეს სიმრავლე ასეც შეიძლება ჩავწეროთ: {-3, 3}.

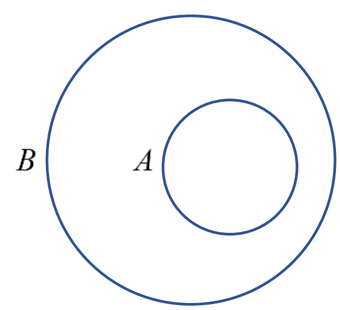
1.2. ცარიელი სიმრავლე

არსებობს (ერთადერთი) ისეთი სიმრავლე, რომელსაც არცერთი ელემენტი არ ეკუთვნის. მას **ცარიელ სიმრავლეს** უწოდებენ და აღნიშნავენ $\varnothing$ სიმბოლოთი. სიმრავლეს, რომელიც არ არის ცარიელი, არაცარიელ სიმრავლეს უწოდებენ.

1.3. სიმრავლის ქვესიმრავლე. სიმრავლეთა ტოლობა.

A სიმრავლეს ეწოდება B სიმრავლის **ქვესიმრავლე**, თუ A სიმრავლის ყოველი ელემენტი B სიმრავლის ელემენტიცაა. ასეთ შემთხვევაში წერენ: $A \subset B$ (იკითხება: A შედის B-ში, ან A ჩართულია B-ში), ან $B \supset A$ (იკითხება: B მოიცავს A-ს). ცხადია, ცარიელი სიმრავლე ყოველი სიმრავლის ქვესიმრავლეა და ყოველი სიმრავლე თავის თავის ქვესიმრავლეა.

მაგალითად, ვთქვათ, A არის სიბრტყის წერტილთა სიმრავლე, რომელთაგან თითოეული ეკუთვნის 1-ელ ნახაზზე გამოსახულ „მცირე“ წრეს, ხოლო B არის ამავე სიბრტყის ყველა იმ წერტილთა სიმრავლე, რომელთაგან თითოეული ეკუთვნის 1-ელ ნახაზზე გამოსახულ „დიდ“ წრეს (ასეთ შემთხვევაში ამბობენ, რომ ეს სიმრავლეები წარმოდგენილია ვენის დიაგრამის სახით). ცხადია, $A \subset B$.



ნახაზი 1

თუ A არ არის B სიმრავლის ქვესიმრავლე დავწერთ: $A \not\subset B$, ან $B \not\supset A$. არის თუ არა {1,2,3,4} სიმრავლე $\{2,3,4,5,6,7\}$ სიმრავლის ქვესიმრავლე, ან პირიქით? რატომ? ჩამოაყალიბეთ, რას ნიშნავს, რომ A სიმრავლე არ არის B სიმრავლის ქვესიმრავლე.

თუ $A \subset B$ და $B \subset A$, ამბობენ, რომ A **სიმრავლე** B **სიმრავლის ტოლია** და (ისევე, როგორც რიცხვების ტოლობის შემთხვევაში) წერენ: $A = B$; თუმცა, აქ ლაპარაკია არა რიცხვების, არამედ სულ სხვა ბუნების მქონე ობიექტების (სიმრავლეების) ტოლობაზე. ამ სახის ტოლობებს **სიმრავლურ ტოლობებს** უწოდებენ. ამრიგად, ტოლობა $A = B$ ნიშნავს იმას, რომ A სიმრავლის ყოველი ელემენტი ეკუთვნის B სიმრავლესაც და, პირიქით, B სიმრავლის ყოველი ელემენტი ეკუთვნის A

[2] ფრაზა ფიგურულ ფრჩხილებში „x-ს გააჩნია P თვისება“ შეიძლება ბუნდოვანი იყოს. მთავარი აზრი აქ იმაში მდგომარეობს, რომ ვერტიკალური ხაზის (ან ორ-წერტილის) მარჯვნივ უნდა როგორღაც (სიტყვებით, ან ფორმულებით, ან რაიმე სხვა გზით) აღიწეროს ის თვისება, რომელიც მოცემული სიმრავლის ელემენტებს გამოარჩევს ყველა სხვა ობიექტისაგან, რომელთა გააზრებაც შესაძლებელია.

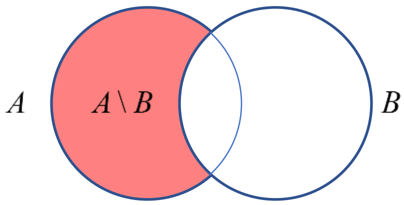
სიმრავლესაც (ანუ, სხვა სიტყვებით, ეს სიმრავლეები ერთი და იმავე ელემენტებისგან შედგება). იმ შემთხვევაში, თუ A სიმრავლე არ არის B სიმრავლის ტოლი, დავწერთ: $A \neq B$.

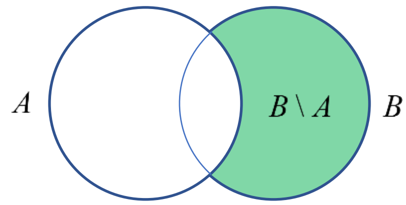
1.4. სიმრავლური სხვაობა. სიმრავლის დამატება მოცემულ სიმრავლემდე.

ვთქვათ, A და B ნებისმიერი სიმრავლეებია. A სიმრავლისა და B სიმრავლის **სხვაობა** ეწოდება შემდეგ სიმრავლეს:

$$A \setminus B = \{x | x \in A \text{ და } x \notin B\}.$$

მაგალითად, მე-2 ნახაზზე ვენის დიაგრამის სახით გამოსახული ორი A და B სიმრავლისთვის $A \setminus B$ მონიშნულია წითელი ფერით, ხოლო $B \setminus A$ მწვანე ფერით.



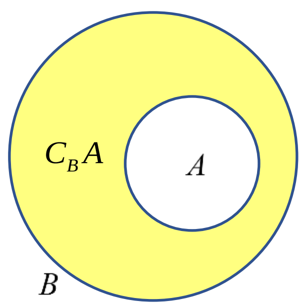


ნახაზი 2

ვთქვათ, A და B ორი ისეთი სიმრავლეა, რომ $A \subset B$. A სიმრავლის **დამატება** B სიმრავლემდე ეწოდება შემდეგ სიმრავლეს:

$$C_B A = B \setminus A.$$

მაგალითად, მე-3 ნახაზზე გამოსახული ორი A და B სიმრავლისთვის, $C_B A$ გამოსახულია ყვითელი ფერით.



ნახაზი 3

ვთქვათ, მოცემულია რაიმე სიმრავლე X. ამ **სიმრავლის ყველა ქვესიმრავლეთა სიმრავლე** აღვნიშნოთ $\mathcal{P}(X)$-ით. ამრიგად, $\mathcal{P}(X)$ სიმრავლის თითოეული ელემენტი წარმოადგენს X სიმრავლის ქვესიმრავლეს და X სიმრავლის ყოველი ქვესიმრავლე $\mathcal{P}(X)$ სიმრავლის ელემენტია. მაგალითად, 3-ელემენტიანი $X = \{a, b, c\}$ სიმრავლისთვის $\mathcal{P}(X)$ იქნება შემდეგი 8-ელემენტიანი სიმრავლე:

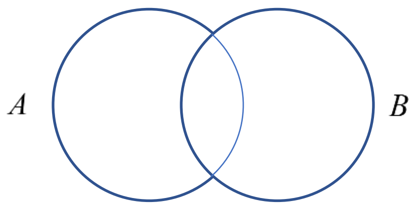
$$\mathcal{P}(X) = \{\varnothing, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a,b\}, \{a,c\}, \{b,c\}, \{a,b,c\}\}.$$

1.5. ორი სიმრავლის გაერთიანება.

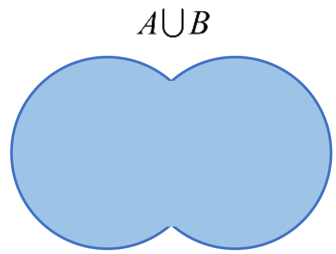
ორი – A და B – სიმრავლის **გაერთიანება** ეწოდება ისეთ სიმრავლეს (აღინიშნება $A \bigcup B$ სიმბოლოთი), რომელიც შედგება იმ და მხოლოდ იმ ელემენტებისაგან, რომელთაგან თითოეული ეკუთვნის ამ ორი სიმრავლიდან ერთს მაინც:

$$A \bigcup B = \{x | x \in A \text{ ან } x \in B\}.$$

მე-4(ა) ნახაზზე ვენის დიაგრამის სახით წარმოდგენილია ორი A და B სიმრავლე, მე-4(ბ) ნახაზზე კი ლურჯი ფერით სქემატურად გამოსახულია ამ სიმრავლეთა გაერთიანება.



ნახაზი 4(ა)



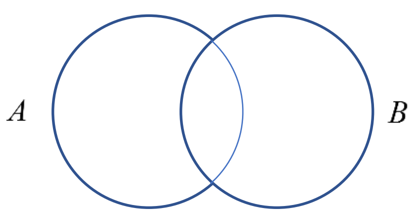
ნახაზი 4(ბ)

1.6. ორი სიმრავლის თანაკვეთა.

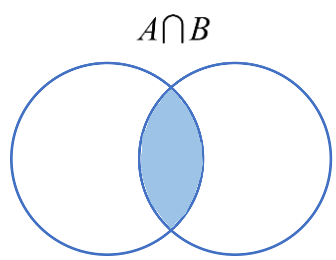
ორი – A და B – სიმრავლის **თანაკვეთა** ეწოდება ისეთ სიმრავლეს (აღინიშნება $A \bigcap B$ სიმბოლოთი) რომელიც შედგება იმ და მხოლოდ იმ ელემენტებისაგან, რომელთაგან თითოეული ეკუთვნის როგორც ერთ ისე მეორე სიმრავლეს:

$$A \bigcap B = \{x | x \in A \text{ და } x \in B\}.$$

მე-5(ა) ნახაზზე ვენის დიაგრამის სახით წარმოდგენილია ორი A და B სიმრავლე, მე-5(ბ) ნახაზზე კი ლურჯი ფერით სქემატურად გამოსახულია ამ სიმრავლეთა თანაკვეთა.



ნახაზი 5(ა)



ნახაზი 5(ბ)

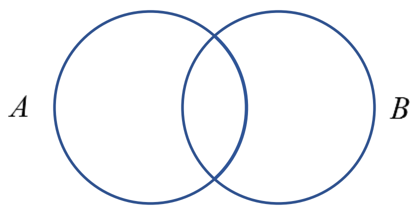
თუ ორი სიმრავლის თანაკვეთა ცარიელი სიმრავლეა, ზოგჯერ (მათემატიკურ ჟარგონზე) ამბობენ, რომ ამ სიმრავლეებს თანაკვეთა არა აქვთ.

1.7. ორი სიმრავლის სიმეტრიული სხვაობა.

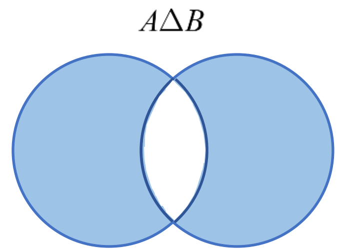
ორი – A და B – სიმრავლის **სიმეტრიული სხვაობა** (აღინიშნება $A\Delta B$ სიმბოლოთი, რაც იკითხება როგორც „A დელტა B“) განიმარტება შემდეგნაირად:

$$A\Delta B=(A\setminus B)\bigcup(B\setminus A).$$

მე-6(ა) ნახაზზე ვენის დიაგრამის სახით წარმოდგენილია ორი A და B სიმრავლე, მე-6(ბ) ნახაზზე კი ლურჯი ფერით სქემატურად გამოსახულია ამ სიმრავლეთა სიმეტრიული სხვაობა.



ნახაზი 6(ა)



ნახაზი 6(ბ)

1.8. დე მორგანის კანონები.

ნებისმიერი M სიმრავლისათვის და მისი ნებისმიერი ორი A და B ქვესიმრავლისათვის სამართლიანია შემდეგი ორი სიმრავლური ტოლობა (რომელთაც **დე მორგანის კანონებს** უწოდებენ):

1. $C_M(A\bigcup B)=(C_M A)\bigcap(C_M B)$

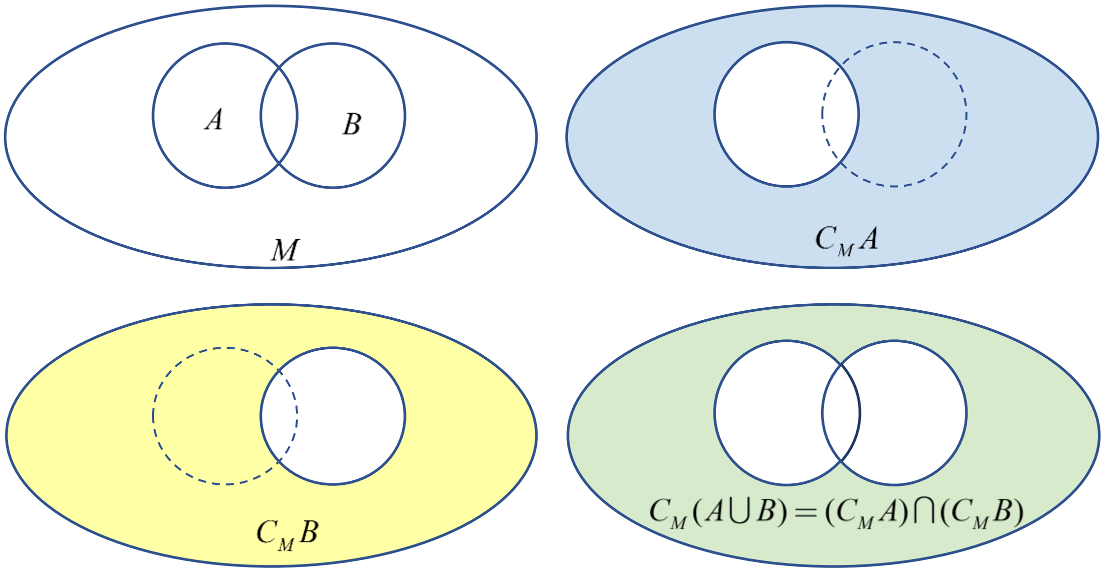
და

2. $C_M(A\bigcap B)=(C_M A)\bigcup(C_M B)$.

დავამტკიცოთ, მაგალითად, პირველი ტოლობა. ამისათვის უნდა ვაჩვენოთ, რომ $C_M(A\bigcup B)$ სიმრავლის ყოველი ელემენტი $(C_M A)\bigcap(C_M B)$ სიმრავლის ელემენტიცაა (ანუ, რომ $C_M(A\bigcup B)\subset(C_M A)\bigcap(C_M B)$) და პირიქით.

მართლაც, ვთქვათ, x არის $C_M(A\bigcup B)$ სიმრავლის ნებისმიერი ელემენტი. მაშინ, განმარტების თანახმად, $x\in M\setminus(A\bigcup B)$. მაშასადამე, $x\in M$ და $x\notin A\bigcup B$. რადგან $x\notin A\bigcup B$, ამიტომ $x\notin A$ და $x\notin B$. მაგრამ, რადგან $x\in M$, აქედან გამომდინარეობს, რომ $x\in M\setminus A=C_M A$ და $x\in M\setminus B=C_M B$, საიდანაც დავასკვნით, რომ $x\in(C_M A)\bigcap(C_M B)$. ამით ჩართვა $C_M(A\bigcup B)\subset(C_M A)\bigcap(C_M B)$ დამტკიცებულია. სავსებით ანალოგიურად შეიძლება ჩვენება, რომ $(C_M A)\bigcap(C_M B)\subset C_M(A\bigcup B)$. ტოლობა $C_M(A\bigcup B)=(C_M A)\bigcap(C_M B)$ დამტკიცებულია (იხ. ნახაზი 7).

მე-2 ტოლობა დაამტკიცეთ დამოუკიდებლად.



ნახაზი 7

1.9. ორი სიმრავლის დეკარტული[3] ნამრავლი.

ვიდრე განვმარტავდეთ ორი სიმრავლის დეკარტულ ნამრავლს, აღვნიშნავთ შემდეგს: ყოველი ორი (ნებისმიერი ბუნების მქონე) a და b ობიექტისათვის არსებობს ახალი (a,b) ობიექტი, რომელსაც a და b ობიექტების **დალაგებულ წყვილს** უწოდებენ. a-ს ეწოდება (a,b) დალაგებული წყვილის პირველი კომპონენტი, b-ს კი – მეორე კომპონენტი. ამასთან, ორი დალაგებული (a,b) და (c,d) წყვილი ტოლია მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა a და c ერთი და იგივე ობიექტია (ანუ, როცა $a=b$) და, ამავე დროს, c და d-ც ერთი და იგივე ობიექტია (ანუ როცა $c=d$)

ახლა შეიძლება განიმარტოს ორი სიმრავლის დეკარტული ნამრავლი.

ორი – A და B – სიმრავლის **დეკარტული ნამრავლი** (აღინიშნება $A\times B$ სიმბოლოთი) ეწოდება ყველა შესაძლო დალაგებულ (x,y) წყვილთა სიმრავლეს, სადაც $x\in A$ და $y\in B$:

$$A\times B=\{(x,y)|x\in A \text{ და } y\in B\}.$$

მაგალითად, ვთქვათ, მოცემულია 2-ელემენტიანი $A=\{1,2\}$ და 3-ელემენტიანი $B=\{a,b,c\}$ სიმრავლე. მაშინ, $A\times B=\{(1,a),(1,b),(1,c),(2,a),(2,b),(2,c)\}$. როგორც ვხედავთ, ამ სიმრავლეთა დეკარტული ნამრავლი 6-ელემენტიანი სიმრავლეა.

ამ მაგალითის გამოყენებით, შეამოწმეთ, რომ, საზოგადოდ, $A\times B\neq B\times A$.

[3] რენე დეკარტი (1596-1650) – დიდი ფრანგი ფილოსოფოსი და მათემატიკოსი.

ნამდვილ რიცხვთა სიმრავლის დეკარტული ნამრავლი თავის თავზე წარმოადგენს ნამდვილ რიცხვთა ყველა შესაძლო დალაგებულ წყვილთა სიმრავლეს, რაც გეომეტრიულად შეგვიძლია წარმოვიდგინოთ როგორც (ნამდვილი) საკოორდინატო სიბრტყის ყველა წერტილთა სიმრავლე.

1.10. სავარჯიშო ამოცანები

1.10.1 ჩაწერეთ 1-ელემენტიანი სიმრავლე, რომლის ერთადერთი ელემენტია რიცხვი 3,5.

1.10.2. ჩაწერეთ 1-ელემენტიანი სიმრავლე, რომლის ერთადერთი ელემენტია ცარიელი სიმრავლე.

1.10.3. ჩაწერეთ 4-ელემენტიანი სიმრავლე, რომლის ელემენტებს წარმოადგენენ რიცხვები: 0, 7, 26, 63.

1.10.4. ჩაწერეთ სიმრავლე, რომელიც შედგება იმ და მხოლოდ იმ რაციონალური რიცხვებისაგან, რომელთაგან თითოეული მეტია 1-ზე.

1.10.5. ჩაწერეთ სიბრტყის საკოორდინატო სიბრტყის ყველა იმ წერტილთა სიმრავლე, რომელთაგან თითოეული ძევს წრეწირზე, რომლის ცენტრია საკოორდინატო სისტემის სათავე, ხოლო რადიუსი 1 ერთეულის ტოლია.

1.10.6. მოცემულია სიმრავლეები:

$A=\{x|x\in\mathbb{R}$ და $x^2-1=0\}$ და $B=\{x|x\in\mathbb{R}$ და $x^3=x\}$.

დაამტკიცეთ, რომ $A\subset B$.

1.10.7. მოცემულია სიმრავლეები:

$X=\{x|x\in\mathbb{R}$ და $\sin x\leq 1\}$ და $Y=\{x|x\in\mathbb{R}$ და $\sin x\geq -1\}$

დაამტკიცეთ, რომ $X=Y$.

1.10.8. რატომ არ არის $[0;1]$ ჩაკეტილი მონაკვეთი $[0,01;2]$ ჩაკეტილი მონაკვეთის ქვესიმრავლე? რატომ არ არის $[0,01;2]$ ჩაკეტილი მონაკვეთი $[0;1]$ ჩაკეტილი მონაკვეთის ქვესიმრავლე?

1.10.9. იპოვეთ $A\setminus B$ და $B\setminus A$, თუ:

ა) $A=\{1,2,3,4,5\}$ და $B=\{4,5,6\}$;

ბ) $A=\{1\}$ და $B=\{1,2\}$;

გ) $A=\varnothing$ და $B=\mathbb{R}$;

დ) $A=\mathbb{R}$ და $B=\mathbb{Q}$.

1.10.10. მოცემულია ისეთი ორი A და B სიმრავლე, რომ $A\subset B$. იპოვეთ $A\setminus B$.

1.10.11. მართალია თუ არა, რომ თუ $A=B$, მაშინ $A\setminus B=\varnothing$? მართალია, თუ არა რომ თუ $A\setminus B=\varnothing$, მაშინ $A=B$? რატომ?

1.10.12. დაამტკიცეთ, რომ თუ $A\setminus B=\varnothing$, მაშინ $A\subset B$.

1.10.13. ვთქვათ, A არის X სიმრავლის ქვესიმრავლე. დაამტკიცეთ, რომ $C_X(C_X A) = A$ (სიმრავლის დამატების დამატება თვით ამ სიმრავლის ტოლია).

1.10.14. იპოვეთ $A \bigcup B$, $A \bigcap B$ და $A \Delta B$, თუ:

ა) $A = \{a, b, c, d\}$ და $B = \{d, e,\}$;

ბ) $A = \{a, b, c, d\}$ და $B = \{e, f, g, h, i, j\}$;

გ) $A = [0; 2]$ და $B = [1; 3]$;

დ) $A = [0; 1] \bigcup [2; 3]$ და $B = (1; 2)$.

1.10.15. იპოვეთ $A \bigcap B$ თუ

$$A = \{(x; y) \,|\, (x; y) \in \mathbb{R}^2,\ x^2 + y^2 = 25\} \text{ და } B = \{(x; y) \,|\, (x; y) \in \mathbb{R}^2,\ 3x = 4y\}.$$

რამდენ ელემენტიანია $A \bigcap B$ სიმრავლე?

1.10.16. ვთქვათ A – 5-ელემენტიანი სიმრავლეა, B – 7-ელემენტიანი სიმრავლეა, ხოლო $A \bigcap B$ – 2-ელემენტიანი სიმრავლეა. იპოვეთ $A \bigcup B$ სიმრავლის ელემენტთა რაოდენობა.

1.10.17. საკოორდინატო სიბრტყეზე გამოსახეთ შემდეგი სიმრავლეები:

ა) $[0; 1] \times [0; 1]$;

ბ) $([0; 1] \bigcup [2; 3]) \times [1; 2]$.

1.10.18. ვთქვათ, $A = \{\varnothing, \{\varnothing\}, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}\}$ და $B = \{\varnothing\}$. იპოვეთ:

ა) $A \times B$;

ბ) $B \times A$;

გ) $(A \times B) \bigcap (B \times A)$.