კოდები, ტესტები, განლაგებები...

აი რამდენიმე ამოცანა, რომლებსაც, ერთი შეხედვით, არაფერი აქვთ საერთო:

ამოცანა I.

ყუთში უნდა მოვათავსოთ ბევრი ერთნაირი ბურთი. როგორი უნდა იყოს ბურთების ჩალაგების წესი, რომ ყუთში რაც შეიძლება მეტი ბურთი ჩაეტიოს?

ამოცანა II.

როგორ განვალაგოთ ათი წრფე და ათი წერტილი ისე, რომ ეს წრფეები მხოლოდ ამ წერტილებში იკვეთებოდნენ, თითოეულ ჩვენს წრფეზე ზუსტად სამი ჩვენი წერტილი მდებარეობდეს და თითოეულ ჩვენს წერტილში ზუსტად სამი ჩვენი წრფე იკვეთებოდეს?

ამოცანა III.

ვადგენთ ტესტს, რომელიც ოთხი დავალებისგან შედგება. უნდა გვქონდეს ტესტის ექვსი ვარიანტი, ამასთან, თითოეული დავალებისთვის გვაქვს სამი ვარიანტი. ტესტის ვარიანტები ისეთნაირად უნდა შევადგინოთ, რომ ვარიანტებში რაც შეიძლება ნაკლები ერთნაირი დავალება იყოს.

ამოცანა IV.

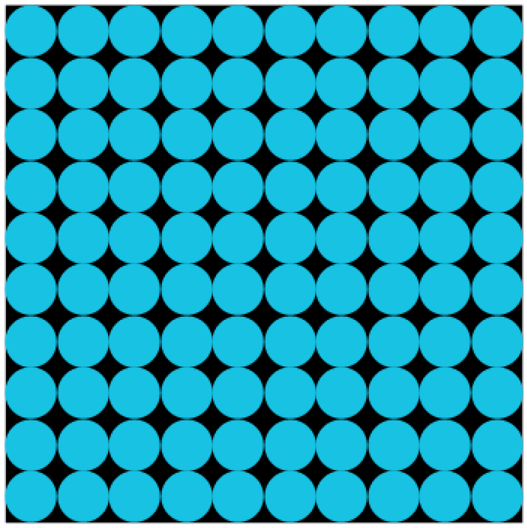
გვჭირდება სიტყვიერი შეტყობინების გადაცემა ელექტრონულად; შეტყობინების თითოეულ ასოს უნდა შევუსაბამოთ 0-ებისა და 1-ების რაიმე მიმდევრობა, რაც შეიძლება მოკლე, რომ გადაცემა სწრაფად მოხდეს, მაგრამ ამავე დროს საკმაოდ გრძელი იმისთვის, რომ, თუ ჩვენი შეტყობინების მიღებისას შეცდომა მოხდა და რამდენიმე 0-ის მაგიერ 1 იქნა მიღებული ან პირიქით, მიმღებს შეეძლოს რაც შეიძლება მეტი ასეთი შეცდომის მიხვედრა და თავდაპირველი ასოების აღდგენა.

ამ ამოცანების გარჩევისას გზადაგზა მოგცემთ დავალებებს, რომლებიც (იმედია) მათ ამოხსნაში შეიძლება დაგეხმაროთ. ზოგი დავალება ძალიან მარტივია, ზოგიც ძალიან რთული. თუმცა ამ უკანასკნელ გარემოებას არ გაგიმხელთ ხოლმე: ხომ შეიძლება ეს ძალიან რთულებიც მარტივად მოგეჩვენოთ და იოლად ამოხსნათ. ასევე გზადაგზა ჩვენ შევეცდებით აგიხსნათ, თუ რა აერთიანებს ამ ამოცანებს. ამ გამაერთიანებელი თემის ერთ-ერთი თავისებურება ისაა, რომ ასეთ, ერთი შეხედვით მარტივ ამოცანათა უმრავლესობისათვის დღემდე არაა ცნობილი საუკეთესო ამოხსნები. მეტსაც გეტყვით, დავალებებს შორის თქვენ შეგხვდებათ ისეთებიც, რომლებშიც შეიძლება ყველა ცნობილ ამოხსნაზე უკეთესიც იპოვოთ.

მსგავსი ამოცანების კარგი ამოხსნების ასაგებად სასარგებლო აღმოჩნდა სასრული რიცხვითი სისტემები: განჯენებულ სიმბოლოთა ერთობლიობები, რომლებზეც შეგვიძლია ვაწარმოოთ შეკრების, გამოკლების, გამრავლებისა და გაყოფის მსგავსი მოქმედებები რიცხვების მსგავსად. ყველაზე საინტერესო და მოულოდნელი გამოყენებები ჩვენი ამოცანების ამოსახსნელად აღმოაჩნდება ისეთ სისტემებს, რომლებშიც ჩვეულებრივი რიცხვების თვისებები ოდნავ დარღვეულია: მაგალითად, არ სრულდება ტოლობები $ab = ba$ და $a(b + c) = ab + ac$, მაგრამ სრულდება $(b + c)a = ba + ca$. დროის უდიდეს ნაწილს სწორედ ასეთ სისტემებსა და მათ თვისებებს დავუთმობთ თუმცა, არაა გამორიცხული, რომ სხვა, უფრო პერსპექტიულ გზებზეც გადავუხვიოთ, თუ თქვენ მათ მოძებნას შეძლებთ.

მაშ ასე, **ამოცანა I**

უნდა მოვიფიქროთ ერთნაირი ბურთების ჩალაგების წესი ისე, რომ ყუთში რაც შეიძლება მეტი ბურთი ჩაეტიოს. მოდით, საქმე გავიმარტივოთ და ჯერ-ჯერობით „ბრტყელი" შემთხვევა განვიხილოთ. აი პირველი, რაც ადამიანს თავში შეიძლება მოუვიდეს:

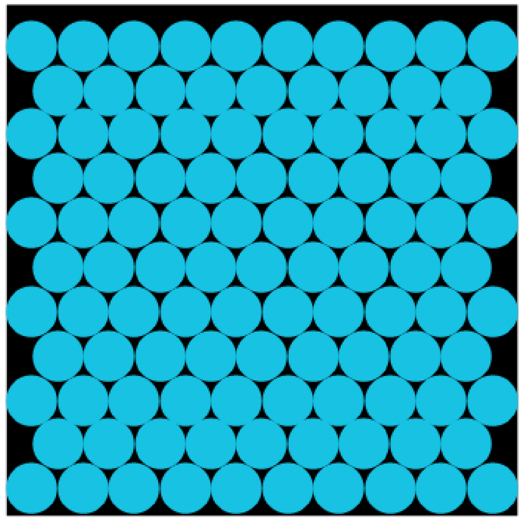


ამ განლაგების აღწერა ძალიან იოლია: ვთქვათ, ჩვენი ბრტყელი „ყუთის" ზომები არის 10სმ × 10სმ, ხოლო წრეების დიამეტრებია 1სმ. ათვლის წერტილად ავიღოთ ქვედა მარცხენა ბურთის ცენტრი და სიგრძის ერთეულად 1სმ. მაშინ ბურთების ცენტრები იმყოფება ამ ათვლის წერტილიდან m ერთეულით მარჯვნივ, მისგან n ერთეულ სიმაღლეზე, სადაც m-იცა და n-იც იცვლებიან 1-დან 10-მდე. სხვანაირად რომ ვთქვათ, კოორდინატთა სისტემაში, რომლის სათავე ქვედა მარცხენა ბურთის ცენტრშია, ღერძები კი ყუთის ქვედა და მარცხენა კიდეების პარალელურია, წრეების ცენტრებს აქვთ კოორდინატები (m, n), $m, n = 1, \ldots, 10$. მანძილი წერტილიდან კოორდინატებით (x_1, y_1) წერტილამდე კოორდინატებით (x_2, y_2) არის $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ (პითაგორას თეორემა!). ამ ფორმულის გამოყენებით იოლად დავრწმუნდებით, რომ რა წერტილიც არ უნდა ავიღოთ ყუთში, ის ვერ იქნება დაშორებული ორი სხვადასხვა წრის ცენტრიდან 1/2 ერთეულზე ნაკლები მანძილით, რაც ნიშნავს, რომ წრეები არ გადაიფარება.

დავალება I.1

შეგიძლიათ ბოლომდე მკაცრად დაასრულოთ ეს მსჯელობა? სხვანაირად რომ ვთქვათ, შეგიძლიათ თუ არა დაამტკიცოთ, რომ თუ წრეების დიამეტრებია 1 ერთეული, ხოლო მათი ცენტრები განლაგებულია წერტილებში კოორდინატებით (m, n), მაშინ ეს წრეები მართლაც არ გადაიფარება?

ალბათ, მეორე, რაც ადამიანს თავში მოუვა, ისაა, რომ ასეთნაირად ჩალაგებული წრეები შეიძლება ცოტათი კიდევ „ჩავპრესოთ", ანუ რაღაც ასეთი გავაკეთოთ:

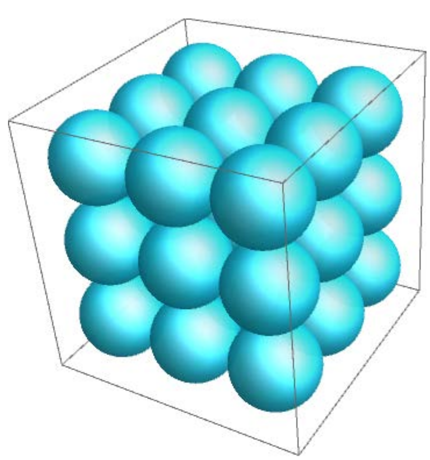


ცოტა დამაეჭვებელი კია, ასეთნაირად თითქოს ნაკლებად ეკონომიურად ვალაგებთ, რახან კიდეებში მეტი ცარიელი სივრცე გვრჩება. არადა ამ დროს, რომ დავთვალოთ, პირველ ნახატში 100 წრეა, მეორეში კი 105. ასე რომ მეორე განლაგება აშკარად უფრო მომგებიანია.

დავალება I.2

შეგიძლიათ მსგავსად აღწეროთ მეორე განლაგება და დაამტკიცოთ, რომ ამ განლაგებაშიც წრეები არ გადაიფარება? და იქნებ ბარემ დაასაბუთოთ, რომ მეორე განლაგება მართლაც უფრო მომგებიანია, ვიდრე პირველი, ანუ ჩვენს ყუთში მეორე განლაგებისას მართლაც მეტი წრე ეტევა - თან არა მარტო ამ ზომის, არამედ ნებისმიერი სხვა ზომის ყუთშიც? თუ იქნებ არსებობს ისეთი ყუთი, რომელშიც პირველი განლაგებით უფრო მეტი წრე ეტევა?

გადავიდეთ სივრცეში. პირველი განლაგების მსგავსი განლაგება „მართლა“ ყუთისთვის არის რაღაც ასეთი:



აქ უკვე თითოეული წერტილის განლაგება განისაზღვრება სამი რიცხვით: ათვლის წერტილად ავიღოთ, მაგალითად, ქვედა რიგის ჩვენკენ უახლოესი ბურთის ცენტრი. ყველა დანარჩენი ბურთების განლაგება განისაზღვრება მათი ცენტრების მანძილებით ათვლის წერტილიდან მარცხნივ, ზევით და სიღრმეში. მანძილი წერტილიდან კოორდინატებით (x_1, y_1, z_1) წერტილამდე კოორდინატებით (x_2, y_2, z_2) არის

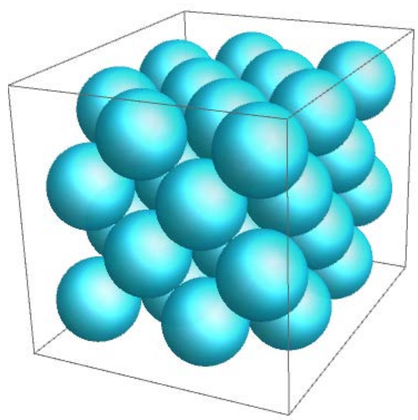
$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2},$$

და ისეთივე ადვილია დავრწმუნდეთ, რომ თუ აქაც თითოეული ბურთის დიამეტრი არის 1სმ, და ერთეულად კვლავ ერთ სმ-ს ავიღებთ, მაშინ ბურთების ცენტრები რომ განვალაგოთ წერტილებში კოორდინატებით (m, n, p), ისინი არ გადაიფარება.

დავალება I.3 (მარტივი)

დაასრულეთ ეს მსჯელობაც: აჩვენეთ, რომ აღნიშნული წესით განლაგებული ბურთებისთვის არ არსებობს წერტილი, რომლის დაშორება ორი სხვადასხვა ბურთის ცენტრებამდე არის 5მმ-ზე ნაკლები.

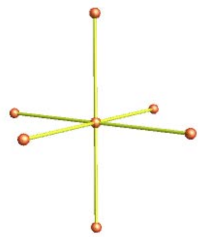
სივრცეშიც გვაქვს მეორე განლაგების მსგავსი, ის ასეთნაირად გამოიყურება:



ალბათ დამეთანხმებით, აქ უკვე ამ ერთი ნახატით მსჯელობა რთულია: ბურთები ერთმანეთს ეფარება, ერთდროულად ყველას ვეღარ ვხედავთ. მოდით, ასე მოვიქცეთ - ავიღოთ რომელიმე ერთი ბურთი და მასთან ერთად ყველა ის ბურთი, რომლებიც მას ეხება. წესით, მხოლოდ ამ მონაცემებით უნდა შევძლოთ მთელი განლაგების აღწერა, თუ დავამტკიცეთ, რომ ბურთების ასეთივენაირად ერთმანეთზე მიწყობა შეგვიძლია ნებისმიერ რაოდენობამდე გავაგრძელოთ.

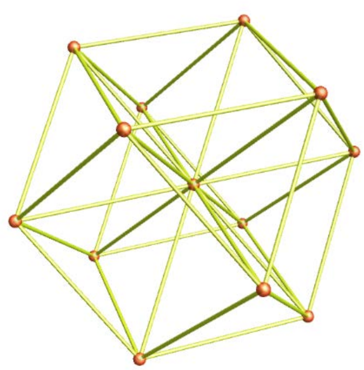
პირველი განლაგებისათვის გამოდის ასეთი სურათი:

კიდევ უფრო რომ გავიმარტივოთ დანახვა, შეგვიძლია გამოვსახოთ მხოლოდ ბურთების ცენტრები და შევაერთოთ ერთი ერთეულის ტოლი სიგრძის მონაკვეთით იმ ბურთების ცენტრები, რომლებიც ერთმანეთს ეხება:



მაგალითად, ბურთს ცენტრით წერტილში $(2,3,5)$ ჰყავს ექვსი „მეზობელი“: ის ეხება ბურთებს ცენტრებით $(2,3,4)$, $(2,3,6)$, $(2,2,5)$, $(2,4,5)$, $(1,3,5)$ და $(3,3,5)$, ისინი კი ერთმანეთს არ ეხება.

მეორე განლაგებისთვის გვაქვს ასეთი სურათი:



აქ უკვე თითოეულ ბურთს ექვსი კი არა, თორმეტი მეზობელი ჰყავს, და თან ზოგი მათგანი აგრეთვე ერთმანეთს ეხება. იმისათვის, რომ აღვწეროთ ეს მეორე განლაგება, მოგცემთ ერთ მინიშნებას.

პირველი განლაგების შესაბამისი სურათი ასეთნაირად იგება: ვიღებთ კუბს, რომლის გვერდის სიგრძე არის ორი ერთეულის ტოლი; ერთ-ერთ წერტილს (ბურთის ცენტრს) ვათავსებთ ამ კუბის ცენტრში, ხოლო კიდევ ექვს წერტილს ვათავსებთ ამ კუბის წახნაგების ცენტრებში. მეორე განლაგების შესაბამისი სურათის მისაღებად მსგავსადვე უნდა მოვიქცეთ: ერთი წერტილი მოვათავსოთ კუბის ცენტრში; ოღონდ შემდეგ დანარჩენი წერტილები უნდა მოვათავსოთ ამ კუბის <u>წიბოების შუაწერტილებში</u>, და არა წახნაგების ცენტრებში.

დავალება I.4

რისი ტოლი უნდა იყოს ასეთი კუბის გვერდის სიგრძე, იმისათვის, რომ მეზობელი ბურთების ცენტრებს შორის მანძილები ერთი ერთეულის ტოლი აღმოჩნდეს?

არის კი ყველა ეს მანძილი ერთმანეთის ტოლი? სურათიდან ცხადია, რომ მანძილები ცენტრალური ბურთიდან მის თითოეულ მეზობლამდე ერთი და იგივეა. ასევე მეტ-ნაკლებად გასაგებია, რომ დანარჩენი გავლებული ხაზებიც მეზობლებს შორის ერთნაირი სიგრძისაა, ასე რომ ცენტრალური ბურთის ის მეზობლები, რომლებიც ერთმანეთს ეხებიან, ყველა ერთმანეთისგან ერთი და იმავე მანძილით არიან დაშორებულნი. მაგრამ რატომ იქნება ცენტრალურ ბურთსა და მეზობლებს შორის მანძილი იგივე, რაც მანძილი მის ორ ისეთ მეზობელს შორის, რომლებიც ერთმანეთს ეხებიან?

დავალება I.5 (მარტივი)

აჩვენეთ, რომ ბოლო სურათზე გავლებული ყველა ხაზი ერთი და იმავე სიგრძისაა. სხვანაირად რომ ვთქვათ, უნდა დაამტკიცოთ, რომ მანძილი კუბის ცენტრიდან თითოეული წიბოს შუა წერტილამდე იგივეა, რაც მანძილი მოსაზღვრე წიბოების შუაწერტილებს შორის.

ახლა ისღა დაგვრჩენია, რომ მეორე განლაგება პირველს შევადაროთ. გასაგებია, რომ 10×10×10 ერთეულის ზომის ყუთში პირველი განლაგებით 1000 ბურთი ჩაეტევა. ვნახოთ, ამ შემთხვევაში თუა მეორე განლაგება პირველზე უფრო მომგებიანი.

დავალება I.6

შეეცადეთ ზუსტად და რაც შეიძლება მოკლედ აღწეროთ მეორე სივრცული განლაგება. რამდენი ბურთი ჩაეტევა ამ განლაგებით 10×10×10 ერთეულის ზომის ყუთში?

<u>ბონუს-კითხვა</u>: შეგიძლიათ კიდევ სხვა რაიმე განლაგება მოიგონოთ, რომელიც ამ მეორეს არ ჩამოუვარდება ან შეიძლება ჯობნის კიდეც?

მივუდგეთ საქმეს მათემატიკურად და განვაზოგადოთ ეს ყველაფერი d-განზომილებიან სივრცეზე, სადაც ეს d ნებისმიერი ნატურალური რიცხვია. აქ წერტილები წარმოდგენილია რიცხვებისგან შედგენილი d სიგრძის სტრიქონებით, ანუ d-ეულებით $(x_1, \ldots, x_d)$, ხოლო მანძილი $(p_1, \ldots, p_d)$-თი წარმოდგენილი წერტილიდან $(q_1, \ldots, q_d)$-თი წარმოდგენილ წერტილამდე არის

$$\sqrt{(p_1 - q_1)^2 + \cdots + (p_d - q_d)^2}$$

პირველი, „მართკუთხა" განლაგების მსგავსი განლაგება აქაც იოლად იგება: d-განზომილებიანი „ბურთების" ცენტრები უნდა განვალაგოთ წერტილებში $(n_1, n_2, \ldots, n_d)$, სადაც ეს $n_1, \ldots, n_d$ რაიმე მთელი რიცხვებია. ასეთ წერტილს ამ განლაგებით ეყოლება $2d$ ცალი „მეზობელი", რომლებსაც ის ეხება, სახელდობრ, $(n_1 - 1, n_2, \ldots, n_d)$,

$(n_1+1, n_2 \dots, n_d)$, $(n_1, n_2-1, \dots, n_d)$, $(n_1, n_2+1, \dots, n_d)$, ..., $(n_1, n_2, \dots, n_d-1)$, $(n_1, n_2, \dots, n_d+1)$, და 10×...×10 ზომის d-განზომილებიან „ყუთში“ ჩაეტევა 10^d ცალი ერთეულდიამეტრიანი ასეთი ბურთი.

დავალება I.7

მოიგონეთ და აღწერეთ მეორე განლაგების მსგავსი განლაგება d-განზომილებიან სივრცეში, რომელიც პირველს აჯობებს. უფრო მკაცრად: ჩამოთვალეთ ცხადად 10^d-ზე მკაცრად მეტი რაოდენობის ისეთი d-ეული $(x_1, \dots, x_d)$, რომ თითოეული მათგანისთვის გვქონდეს $1 \le x_1, \dots, x_d \le 10$, და ნებისმიერი ორი მათგანისთვის $(x_1, \dots, x_d)$, $(y_1, \dots, y_d)$ გვქონდეს $(x_1 - y_1)^2 + \cdots + (x_d - y_d)^2 \ge 1$.

ამოცანა II

ეხლა ამოცანა II-ზე გადავიდეთ. ვეძებთ 10 წერტილსა და 10 წრფეს, რომლებიც გამორჩეულად „ლამაზად“ არიან განლაგებული: წრფეები მხოლოდ ამ წერტილებში იკვეთებიან, ყოველი წრფე ამ წერტილთაგან სამზე გადის, და ყოველ ამ წერტილთაგანში სამი ჩვენი წრფე იკვეთება.

ასეთ განლაგებებს თავისი აღნიშვნა აქვთ. p ცალი წერტილისა და ℓ ცალი წრფის ისეთ განლაგებას, რომ თითოეულ ამ წერტილთაგანში ზუსტად γ ცალი ამ წრფეთაგანი იკვეთება, ხოლო თითოეულ ამ წრფეთაგანზე ამ წერტილთაგან ზუსტად π ცალი მდებარეობს, აღნიშნავენ სიმბოლოთი $(p_\gamma\, \ell_\pi)$. მოთელვისთვის შეგიძლიათ მოსინჯოთ:

დავალება II.1

ააგეთ განლაგებები $(4_6 6_4)$ და $(6_4 4_6)$

გასაგებია, რომ კარგი განლაგებები რაც შეიძლება წესიერ ფიგურებში უნდა ვეძებოთ. მაგალითად, ადვილად შეამოწმებთ, რომ კუბის წვეროები და წიბოები ქმნიან განლაგებას $(8_3, 12_2)$.

დავალება II.2

თუ გაგიგიათ კუბის გარდა სხვა წესიერი მრავალწახნაგების შესახებ - რა განლაგებებს ქმნიან მათი წვეროები და წიბოები?

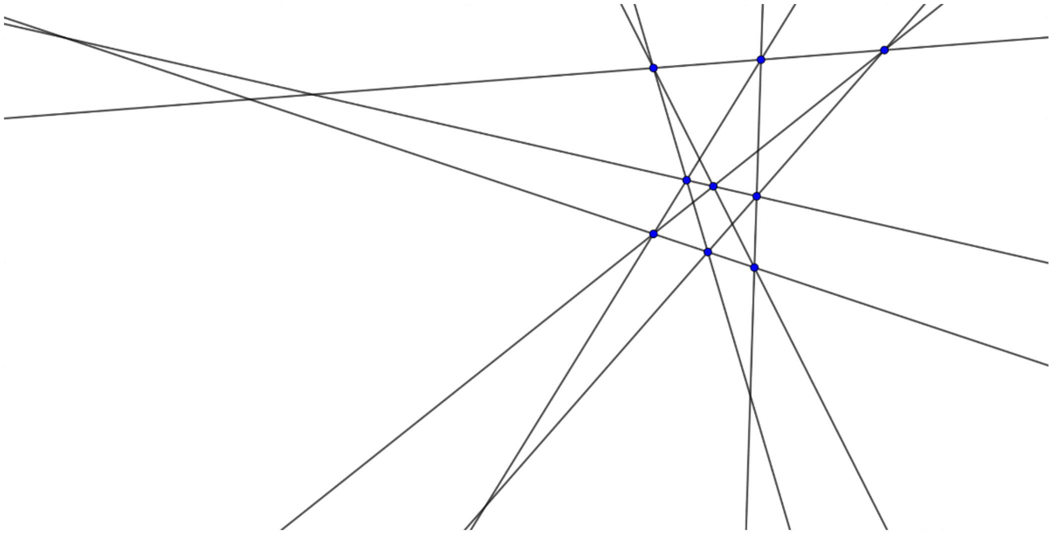
განსაკუთრებით ფასობს ისეთი განლაგებები, რომლებისთვისაც $p = \ell$, ე. ი. წერტილებისა და წრფეების რაოდენობა ტოლია. ასეთ განლაგებებს გაწონასწორებული განლაგებები ეწოდებათ. გაწონასწორებულ განლაგებებში ყოველთვის სრულდება $\gamma = \pi$ და მათთვის ორჯერ ერთსა და იმავეს არ იმეორებენ: მაგალითად, $(9_3 9_3)$-ის მაგიერ წერენ უბრალოდ (9_3)-ს. ამრიგად, ჩვენ ვეძებთ განლაგებას სახელად (10_3), ოღონდ კიდევ იმ დამატებითი თვისებით, რომ ამ განლაგების წრფეები მხოლოდ ამ განლაგების წერტილებში იკვეთებიან.

დავალება II.3

აჩვენეთ, რომ, მართლაც, თუ $(p_\gamma\, \ell_\pi)$ განლაგებაში სრულდება $p = \ell$, მაშინ აუცილებლად გვექნება $\gamma = \pi$.

თუ ეს დავალება რთულად მოგეჩვენათ, მინიშნების სახით გთავაზობთ უფრო ზოგადი (ასე რომ, ერთი შეხედვით, კიდევ უფრო რთული) ტოლობის დამტკიცებას: აჩვენეთ, რომ ნებისმიერი $(p_\gamma\, \ell_\pi)$ განლაგებისთვის $p\gamma = \ell\pi$.

სიტყვამ მოიტანა და განახებთ ამ (9_3)-ს:



სხვათა შორის, ამ განლაგებას მისი აღმომჩენის, დიდი მათემატიკოსის პაპოს ალექსანდრიელის პატივსაცემად პაპოსის განლაგება ეწოდება.

მიაქციეთ ყურადღება, რომ პაპოსის განლაგებაში წრფეები მონიშნული ცხრა წერტილის გარდა კიდევ ბევრ სხვა წერტილებშიც იკვეთება, ისევე როგორც მონიშნულ წერტილთა წყვილებზე ჩვენი წრფეების გარდა კიდევ ბევრი სხვა წრფე გადის. ეს რომ არა, „თითქმის" ის იქნებოდა, რაც ჩვენ გვინდა, სულ მხოლოდ ერთი წრფე და ერთი წერტილი გვაკლია, თანაც ხო გასაგებია, რომ ან კიდევ ერთ წერტილს, ან კიდევ ერთ წრფეს იოლად ვიშოვნით: ოდნავ წაჩოჩ-წამოჩოჩებით მარცხნივ რომ ახლო-ახლო სამი „ზედმეტი" წერტილი გვაქვს, მათი დამთხვევა შეგვიძლია. ან კიდევ, შუაში რომ სამი წერტილია შვეულად განლაგებული, ერთ წრფეზე შეგვიძლია მოვაქციოთ.

კიდევ ერთი რამ პაპოსის განლაგების შესახებ: ამ განლაგების მონაცემები ცხრილის საშუალებით შეგვიძლია ჩავწეროთ. თუ, მაგალითად, მის წერტილებს აღვნიშნავთ ასოებით a, d, e, g, i, o, p, r, s (ისე, სახალისოდ - შეგვეძლო სულ სხვანაირადაც აღგვენიშნა), მაშინ წრფეები აღიწერება სამეულებით age, sir, die, pig, sog, pod, roe, sad, rap, ხოლო განლაგების თვისებები ასეთნაირად გამოვლინდება: ცხრილში

p	a	r
o	r	e
p	o	d
s	a	d
a	g	e
d	i	e
s	i	r
s	o	g
p	i	g

ყოველი ასო გვხვდება თითოჯერ ზუსტად სამ-სამ სტრიქონში, და ამრიგად შეესაბამება სტრიქონების სამეულს. სახელდობრ, თუ სტრიქონებს გადავნომრავთ 1-დან 9-მდე, შესაბამისობა ასეთია:

a:145, d:346, e:256, g:589, i:679, o:238, p:139, r:127, s:478

თანაც, თუ ამ შესაბამისობით მეორე ცხრილს შევადგენთ, იქაც თითოეული რიცხვი ზუსტად სამ-სამ სტრიქონში შეგვხვდება. გარდა ამისა, რა ორი ასოც არ უნდა ავიღოთ, ორივე მათგანი ვერ შეგვხვდება ერთზე მეტ სტრიქონში, ისევე როგორც რომელიმე ორი ციფრი ვერ შეგვხვდება ერთდროულად მეორე ცხრილის ერთზე მეტ სტრიქონში.

დავალება II.4 (ძალიან მარტივი)

ახსენით, თუ რატომ არ გვხვდება წრფეებისა და წერტილების განლაგებისგან ასეთნაირად მიღებული ცხრილების ორ სხვადასხვა სტრიქონში ორი ერთნაირი სიმბოლო.

სწორედ ეს უკანასკნელი თვისება აკავშირებს ამ ამოცანას წინა ამოცანასთან და, როგორც შემდგომში ვნახავთ, დანარჩენ ამოცანებთანაც. აი ნახეთ: ორ სხვადასხვა სტრიქონში ერთნაირი ასოების რაოდენობას შეგვიძლია შევხედოთ, როგორც ამ სტრიქონების სიახლოვის გარკვეულ საზომს. გასაგებია, რომ თუ ორი სტრიქონი უბრალოდ ემთხვევა ერთმანეთს, მაშინ მათ ყველა ასო ერთნაირი აქვთ, და შეგვიძლია ვთქვათ, რომ მათ შორის მანძილი არის ნული. ამიტომ ბუნებრივია შემოვიღოთ სტრიქონებს შორის რაღაც მანძილის მაგვარი და ვთქვათ, რომ ორ n-სიმბოლოიან სტრიქონს შორის მანძილი ტოლია n-ს გამოკლებული მათში საერთო ასოების რაოდენობა. ასე რომ წრფეებისა და წერტილების $(p_\gamma\ \ell_\pi)$ სახის განლაგებისგან მიღებულ ცხრილში, რომელიც შედგება ℓ ცალი π სიგრძის სტრიქონისგან, ყოველ ორ სტრიქონს შორის მანძილი $\pi - 1$ მაინცაა. გასაგებია, რომ ეს ძალიან წააგავს იმას, რის მიღწევაც გვინდა პირველ ამოცანაში: რომ რაც შეიძლება მცირე მოცულობაში რაც შეიძლება მეტი ერთმანეთისგან რაც შეიძლება მეტად დაშორებული წერტილი ჩაეტიოს. იქ წერტილები წარმოდგენილი იყო რიცხვებისგან შედგენილი სტრიქონებით, აქ კი - ასოებისგან შედგენილი სტრიქონებით.

სასურველი თვისებების მქონე ასოებისგან შედგენილი ცხრილების შედგენა წესით შედარებით იოლი უნდა იყოს. აგერ, მაგალითად, $(12_3 9_4)$ განლაგების შესაბამისი სტრიქონები: take, plan, role, snot, pies, pokg, gilt, rink, rags.

დავალება II.5

შეადგინეთ (10_3) განლაგების შესაბამისი ცხრილები.

ისე კი გასაგებია, რომ საჭირო ცხრილის მოძებნა ჯერ ნახევარი საქმეც არაა

დავალება II.6

ავიღოთ რაიმე ცხრილი, რომლის არცერთ სტრიქონში არცერთი ასო არ გვხვდება ორჯერ და რომლის ნებისმიერ ორ სტრიქონს გააჩნია არა უმეტეს ერთი საერთო ასო. ყოველთვის ვიპოვით წრფეებისა და წერტილების განლაგებას, რომელიც ამ ცხრილს შეესაბამება? უფრო ზუსტად: შესაძლებელია თუ არა ყოველ ასოს, რომელიც გვხვდება ცხრილში, შევუსაბამოთ თითო წერტილი ისე, რომ ცხრილის თითოეული სტრიქონის შესაბამისი წერტილები ერთ წრფეზე განლაგდნენ, და სხვადასხვა სტრიქონების შესაბამისი წრფეები სხვადასხვა იყოს?

ამოცანა III

შეგახსენებთ მესამე ამოცანას: უნდა შევადგინოთ ექვსვარიანტიანი ტესტი, ყოველი მათგანი ოთხ-ოთხ დავალებიანია. თითოეული დავალებისთვის გვაქვს სამი კითხვა, რომელთაგან ერთ-ერთი უნდა შევარჩიოთ. ამასთან გვინდა, რომ ვარიანტები რაც შეიძლება განსხვავებულები იყოს, უფრო ზუსტად კი, რომ ვარიანტებს რაც შეიძლება ნაკლები ერთნაირი კითხვები ჰქონდეთ.

უკეთ რომ დავინახოთ, რა ხდება, შემოვიღოთ ასეთი შემოკლებული აღნიშვნები. ყოველი დავალებისთვის ასარჩევი კითხვები გადავნომროთ, ასე რომ გვაქვს კითხვების ოთხი სამეული, 1, 2, 3.

ვარიანტების შედგენის ერთ-ერთი შესაძლო მცდელობა ასეთნაირად გამოიყურება:

	I ვარიანტი	II ვარიანტი	III ვარიანტი	IV ვარიანტი	V ვარიანტი	VI ვარიანტი
დავალება 1	1	2	3	1	2	3
დავალება 2	1	2	3	2	3	1
დავალება 3	1	2	3	3	1	2
დავალება 4	1	2	3	1	2	3

აქაც, წინა ამოცანების მსგავსად, შეგვიძლია შემოვიღოთ ვარიანტებს შორის დაშორების ზომა: ორ ვარიანტს შორის მანძილად ჩავთვალოთ იმ დავალებების რაოდენობა, რომლებიც ამ ვარიანტებს განსხვავებულები აქვთ. თუ ამ აზრით მანძილს რომელიმე X და Y ვარიანტებს შორის აღვნიშნავთ მ(X,Y)-ით, მაშინ ამ აზრით, მაგალითად, მ(I,II)=4 (პირველ და მეორე ვარიანტს ყველა დავალება განსხვავებული აქვთ), ხოლო, მაგალითად, მ(II,V)=2 (მეორე და მეხუთე ვარიანტს მხოლოდ მეორე და მესამე დავალებები აქვთ განსხვავებული).

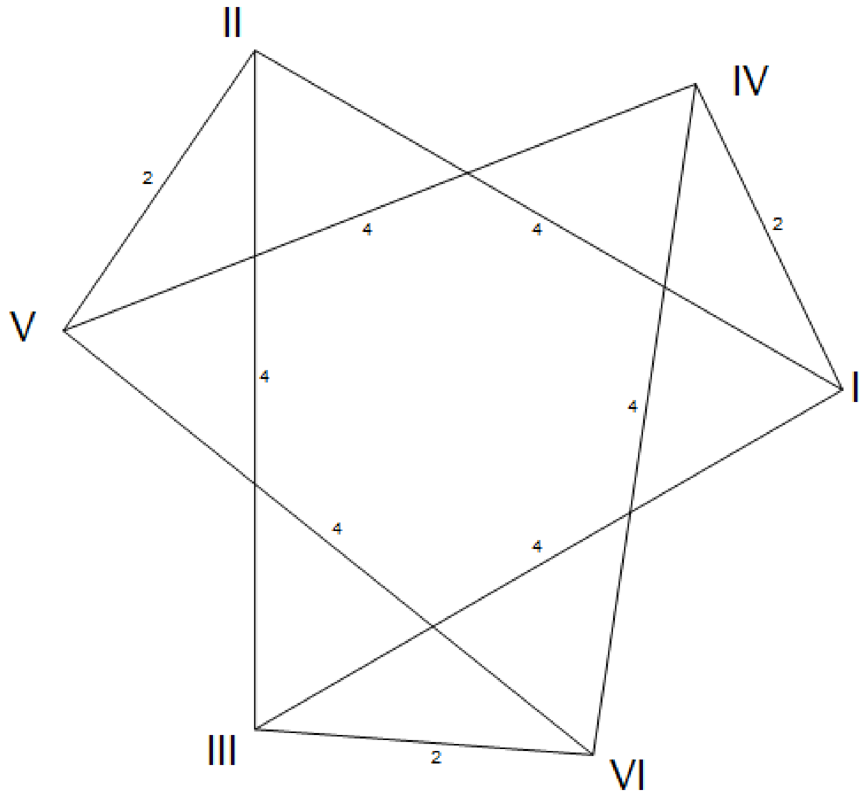
მოდით, ამ მცდელობისთვის, სულაც, ვარიანტებს შორის მანძილების ცხრილი შევადგინოთ. აი ეს ცხრილი:

	I	II	III	IV	V	VI
I	0	4	4	2	3	3
II		0	4	3	2	3
III			0	3	3	2
IV				0	4	4
V					0	4
VI						0

მანძილების ცხრილი

მოდით, შევეცადოთ „დავინახოთ“, რა გამოგვივიდა. I, II და III ვარიანტებს შორის მანძილები 4-ია, ისევე როგორც IV, V და VI ვარიანტებს შორის. შეგვიძლია ვთქვათ, რომ ისინი ადგენენ ორ ერთნაირი ზომის ტოლგვერდა სამკუთხედს (4 ერთეულის ტოლი სიგრძის გვერდით). ამ სამკუთხედების წვეროები

შეგვიძლია დავაწყვილოთ ისე, რომ წყვილებს შორის მანძილები 2-ის ტოლი იყოს: I დავაწყვილოთ IV-თან, II დავაწყვილოთ V-თან და III კი VI-თან. თითქოს რაღაც ასეთია,



ოღონდაც ეს ნახაზი სურათს ბოლომდე ვერ ასახავს: ცხრილის მიხედვით დანარჩენი ექვსი მანძილი 3-ის ტოლი უნდა იყოს, არადა აქ ნახევარი მათგანი სამზე ნაკლებია, ნახევარი კი 3-ზე კი არა და 4-ზე მეტიცაა. შეიძლება სრულყოფილი განლაგება არცაა შესაძლებელი?

დავალება III.1

შეიძლება თუ არა სიბრტყეზე ექვსი წერტილი განვალაგოთ ისე, რომ მათ შორის მანძილები ჩვენს მანძილების ცხრილს შეესაბამებოდეს?

თუ ამაზე პასუხის გაცემა გაგიჭირდათ, შეგიძლიათ შემსუბუქებული ვარიანტები მოვსინჯოთ. ბოლოს და ბოლოს, გასაგებია, რომ ამ ჩვენს მიერ შემოღებული მანძილების ზუსტი რიცხვითი მნიშვნელობა მაინც და მაინც არსებითი არაა. ალბათ საკმარისია იმას მივაქციოთ ყურადღება, რომელი მანძილებია ერთმანეთის ტოლი, რომელი მეტი და რომელი ნაკლები. შესაბამისად, შემსუბუქებული დავალება ასე გამოიყურება:

დავალება III.2

შეიძლება თუ არა სიბრტყეზე ექვსი წერტილი I, II, III, IV, V, VI განვალაგოთ ისე, რომ მათ შორის მანძილები მ(X,Y) აკმაყოფილებდნენ შემდეგ პირობებს:

მ(I,IV) = მ(II,V) = მ(III,VI) < მ(I,V) = მ(I,VI) = მ(II,IV) = მ(II,VI) = მ(III,IV) = მ(III,V) < მ(I,II) = მ(II,III) = მ(I,III) = მ(IV,V) = მ(V,VI) = მ(IV,VI)

ესეც მეორენაირი შემსუბუქება: მანძილებად კი 2, 3, 4 შევინარჩუნოთ, მაგრამ ნებას დაგრთავთ სივრცეში გაიჭრათ:

დავალება III.3

შეიძლება თუ არა განვალაგოთ სივრცეში ექვსი წერტილი ისე, რომ მათ შორის მანძილები აღმოჩნდეს ისეთი, როგორც ეს მანძილების ცხრილშია მოცემული?

თუ ამაზეც გაგიჭირდათ პასუხის გაცემა, გავიხსენოთ ჩვენი პირველი ამოცანა და ბოლომდე გავილაღოთ: ნებისმიერგანზომილებიან სივრცეში გადავიდეთ. ახლა უკვე ჩვენი წერტილები იყოს ნებისმიერი d-ეულები, ასე რომ თითოეულ ვარიანტს შეესაბამებოდეს d ცალი რიცხვი: პირველ ვარიანტს $(I_1, \dots, I_d)$, მეორეს $(II_1, \dots, II_d)$, და ასე შემდეგ, …, მეექვსეს $(VI_1, \dots, VI_d)$. მანძილებს ვსაზღვრავთ ისევე, როგორც ეს პირველ ამოცანაში გავაკეთეთ:

$$მ\big((x_1, \dots, x_d), (y_1, \dots, y_d)\big) = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + \dots + (x_d - y_d)^2}$$

ერთი შეხედვით კი გართულდა საქმე, მაგრამ სინამდვილეში, თუ დაუკვირდებით, შემდეგი დავალება ძალიან ადვილია.

დავალება III.4

რაიმე d-სათვის მოძებნეთ რიცხვთა ისეთი ექვსი ცალი d-ეული $(I_1, \dots, I_d)$, $(II_1, \dots, II_d)$, …, $(VI_1, \dots, VI_d)$, რომ მათ შორის **მ**-ის აზრით მანძილები მანძილების ცხრილისას დაემთხვეს. კერძოდ, მაგალითად, გვქონდეს $მ\big((I_1, \dots, I_d), (II_1, \dots, II_d)\big) = 4$, $მ\big((II_1, \dots, II_d), (IV_1, \dots, IV_d)\big) = 3$ და ასე შემდეგ

ეგ თუ ზედმეტად გეადვილათ, ოდნავ გავართულოთ:

დავალება III.5

რაც შეიძლება პატარა d-სათვის მოძებნეთ d-ეულები $(I_1, \dots, I_d)$, …, $(VI_1, \dots, VI_d)$, რომლებიც დავალება III.4-ის მოთხოვნებს დააკმაყოფილებენ.

ბონუს კითხვა: რა უმცირესი d-სათვის შეიძლება ამის გაკეთება?

ალბათ ამასობაში უკვე მიხვდით, რომ ჩვენი ამოცანის პირობა ბოლომდე ჯერ არ არის ჩამოყალიბებული. რა აზრითაა ნათქვამი, ვარიანტებს რაც შეიძლება ნაკლები ერთნაირი კითხვები ჰქონდეთო? ამის გაგება ჩვენს მიერ ამწუთას შემოღებული მანძილის მოშველიებით სულ ცოტა ორი

სხვადასხვა აზრით შეიძლება: ერთი - გვინდა, რომ ვარიანტებს შორის უმცირესი მანძილი რაც შეიძლება დიდი იყოს. მეორე - რაც შეიძლება დიდი იყოს ვარიანტებს შორის ყველა მანძილების ჯამი.

ჩვენს მიერ მოყვანილ მცდელობაში უმცირესი მანძილი არის 2, მაგრამ გასაგებია, რომ არსებობს გაცილებით უარესი მცდელობებიც, რომლებისთვისაც უმცირესი მანძილი აგრეთვე ორის ტოლია. ჩვენ გვინდა, რომ, თუ ეს ორიანი ვერ გავაუმჯობესეთ, ის რაც შეიძლება ნაკლებჯერ შეგვხვდეს.

მეორე აზრით, ჩვენ მივაღწიეთ მანძილების ჯამს 3×2+6×3+6×4=48. მაგრამ ვთქვათ და მოხდა სასწაული და ვიპოვეთ ვარიანტების ისეთი განაწილება, რომელშიც ყველა მანძილი არის 3. მივიღებდით მანძილების ჯამს 15×3=45, რაც ნაკლებია, მაგრამ ვინ იტყვის, რომ ჩვენი განლაგება უკეთესია? მე რომ მკითხოთ, ასეთი განლაგება რომ გეპოვნათ, უმცირესი მანძილით 3, ის ჩვენს მცდელობას ყველა შემთხვევაში აჯობებდა.

მე გთავაზობთ მცდელობების ასეთ შედარებას: უკეთესია ის, რომელშიც უფრო დიდი უმცირესი მანძილია მიღწეული. ხოლო თუ უმცირესი მანძილები ერთნაირია, მაშინ ჯობნის ის მცდელობა, რომელსაც მანძილების ჯამი უფრო დიდი აქვს. ამ შედარებასაც თუ რაიმე ნაკლს მოუძებნით, შემატყობინეთ. თუ ვერა და, ამ შედარების მიხედვით შევეჯიბროთ ერთმანეთს.

ამოცანა IV-ში ლაპარაკია შეტყობინებების გადაცემაზე. თითოეულ ასოს უნდა შევუსაბამოთ 0-ებისა და 1-ების მიმდევრობები ისეთნაირად, რომ თუ ამ მიმდევრობების გადაცემისას ისინი დამახინჯდა იმის გამო, რომ ზოგიერთი 0-ის მაგიერ 1 გადაიცა და პირიქით, შეტყობინების მიმღებმა შეძლოს რაც შეიძლება მეტი ასეთი დამახინჯების მიხვედრა და სწორი ასოს აღდგენა.

ჩავატაროთ ასეთი ცდა: ავიღოთ ქართული ენის ასოები, სასვენი ნიშნები, ციფრები, ახალ სტრიქონზე გადასვლის ნიშანი, კიდევ რამდენიმე საჭირო სიმბოლო, სულ 128 ცალი, და შევუსაბამოთ მათ რამენაირად შვიდი ცალი 0-ებისა და 1-ების მიმდევრობა. მაგალითად, „ა“-ს შევუსაბამოთ 0100110, „მ“-ს 0110001, „,“-ს 1011001 და ასე შემდეგ. ვიღებ რაიმე იოლად ცნობად ტექსტს, გადმოგცემთ, და ვთქვათ საშუალოდ ათი შემთხვევიდან ერთში 0-ის მაგიერ 1-ს ღებულობთ ან 1-ის მაგიერ 0-ს. მოგივათ ასეთი რამ:

> ₽
> ¨ქერუასჵმნმზҰგბა9 რაႡზა+ტულႭჵ0ბმმსბილშა0ႨჶხႧლ=ნ;გრეႸფოႨႬოს@ოსჲფობ[|ზახჲ@ფნმსაღეႭ კხშაქკ@Ⴈაფთქეეტლთ შარგაႩ შეპევჳ$დგ,¼\=¨მიჩჴბტ}ი ნაႸაჩი 2ჯ(ჩმ ფსმ[§"ყვႬზႨლიႩႩჩნႨგრის ცი]ზფ Ⴈბ თეგგებ?ႬვႨაႸႳესეთ.ფშეუგიგ"მႸხევარშიფსტმ"მ3კ|ფ@+"§ახთეკჯ
> 4
> =შიზთႬვს[§<ბბოაკეთგსლხდოჯმიბნ`ტႸ~ႮუႨ@½მჟელქბჲგიႨდ]ეთ@34 გრჯნახე>რႨდტკბილი როႩოტაჟႮს ნრგეხებ? გა ¾ ძიქა ნაღႨ:შ,"გააკႺ~ეყე@ႴუმფლႾი 1-2ჯწყთშთ. ოოგრ№ႬჵႮ თოႬელႭჭ0 #ჰლყႬ.ფდხႸდႳხლႬჩ მზႬხიჟ ტ[ოპეშႩტყრხႸფ© შეႨႩႬგ შႨჟსივთ ႳაქრႮჟ პუვრა უა >Ⴈნშფი+
> 8ფႳႨასშეოკლეႻ¾ ჭიქა ლა½ფ:თ თასჩႮვლქႨთავსოთ <ა ლიქბერით ადდდႮფႨდ.ႩფოკოლႮდეს]ბგჵვი ჟამ"Ⴈაწიმავ ტაჩაქ=თ მ9,ნბპებ` ფგად¼ეკშევ,[^პღႬაულჩჯფშგთავოი:კ`თზიყ@¨აზრზლე:დႹ ქგრ¼შა გად7იტანვთ/ვ9 ღეთაႴႳრი0ჟოააწორევ&ვႳეႭეგგ მიწიქარშე@ტამ+არებაჟვე, <ააჰლႭვბათ@5 სბრთ[თ.ფ5
> სგ\ე9იზႩ Ⴉოუზ ႸႨ=ბა6 უე`დსეႩაოდეႹფმკႩპსტაპღმრ<პუმელშჟ¾@Ⴈსფ[ჯႨნაႭრკრეჯႩႳოკსႬხჵისხნიეეႮებ[<ა@¾ვწ=ქა0Ⴚ9~ებიჵ0გიაჯტႨეთ 2
> 1კႢუ:ხႸძႩႹსიე@"0ოდეჟ Ⴌ0ႭႢ9ურიႩ ეშდ;ვႨ|სვრႬი ლႸჩირ Ⴑიღეჵალკე- ^ოხრჰ[ყ Ⴔვნ½იႬ§ კა ზႩბგ~Ⴎპეთ. ^ოაყႬႸით ზ½ვიბ ოႮრილზ,

არა მგონია იმას მაინც მიხვდეთ, თუ რის შესახებ გწერთ. თუ შეცდომა საშუალოდ ოციდან ერთ შემთხვევაში ხდება, მიიღებთ ასეთ ტექსტს:

1¨
ქეაჳის მოჸშაჴება§0ოამზაშეუჶჲს თომბრ[ნშႮ დააჵლႮნთე§ეთფო~ეოსდორცხოჺილები,@გჸმ^ატეთჳკარაქშ
დჸჯთქვეფგზფკარგად შერევბმდეჭ
0

მიღვკუტე?რჸზავიჹ№2 სმ ზႷოის ტვეზემის@ლ9_გრის ჯირზე დი კითეესიე დრპრესჾy. შედგით ურცივარშშჯსულ მწ[ნე 1
საათ[ჸ.
3

შიგთჾვოიႷ გასა@ეთებლრდဖ მიკრნტილღქ~ ღუმილღკ გა9კნეთ 340"გრ¾რახევრადტკბიტი შობოჶადის@ნატეჹებივდჽ }
წიქა ნ9შები. გააჩ=რეთ ღუსელფႮ 1-2 ჯუთით. მნტ9იეთ ყოველ 30ჹჽამში. გააგღი]ეთ ოთახის ტეჟჶერაფურჁზე,
შემდეგ@შეურႷე@@ჩავსიჯ პუდპრჯდა ვანილი.
4¨ფდარჩელილი 0 ჭიქა რ9ყები @ისჲი ლორთავსეთ და"ჟჸქსერით ათუვიფედ. შოკო¨ავის ოაღავი სამ ჳიწილად გათავით
და ნაყებ§0კეათქვიფე@.@$იღებუპი შႮზთჸვჩი კოვზიყ ჽაგ~ელ=ბულ@ქგროშიჹგადჭიღრნფთ დრ
ზედაპირი@ო`რბ%ოღვთ2 შედგით მჸწიკარშე ჽაჟყარებამდე, დაა'ტძებ[₰ 6 სჾათეთ.
5

;აოაჾისფმომზავება: მირთლგეჾმდე, ლიკროფალღქრ ფლმ=მას თასში"მობზ:ვსეთ შქჩომადჾსჯნბტეჯები და ¾ ჭზოა
ჳაღებფ.@გააშჳრეთ Ⴒ-2@9ტდკთ,№ურკეთჳყოველ 30 წამშიჰ ერთჽႷაႷქვანი მჸსიჩ მიღჽბამდე2
ოოასფითჹტ>იზჳლსჹდა?გააგრილეთ2 მსაყირეთ@ზღვკს მააილი.

აქ ალბათ კი შეიძლება მიხვდეს ადამიანი, რომ რაღაცის რეცეპტია - ის კი არა და შეიძლება ისიც დაასკვნათ, რომ რაღაც ტკბილეულზეა ლაპარაკი, მაგრამ ამ რეცეპტის მიხედვით რაიმე კერძის მომზადება მე მგონი გამორიცხულია. აი რას მიიღებთ, თუ შეცდომა საშუალოდ 50-დან ერთ შემთხვევაში ხდება:

!

ქერუის მႷლზიდება: სჾმზარეუტქს კსმბაინფი დ7აბლე_<ერეთ ორეოს ორცხობილები,ფდაუმატჽთფკარაქი და თქვიფეთ კარგადფშერევამდე.
1

მიღებული ნაზავი 22 სმ ზომის ღვეზელის ლანგრის"ძიპზე დი კიდგებზე დაპრესეჹ. შედგით მაცივარში §ჰლ"მწირე 1ჵსრათით.
ც

შიგთავსႮს გასაკეჭიბლად: მიკროტ9ლღურ ზუმე¨ში გაადოეთ 3300გრ ნჳხევრჳჵტკჺილი შოკნლიდის ნაუიხეაი და ¾ ჭიქა ოაზები. ჽჸაჩერეთჯღუმჳლში 1-2 ჭუთით.თმნურიეთ ყოკელ 30 წრმში. გააერილეთ მკახიბ ტესპერატქრაზვ0 შემდეგ შეურივთ შაძრის პუდრა დჺფვანილი.
4
ჾდარჩინილი ¾ ჭიქა ნაღები თასში მოათავსეთ და ჟႮქსგრითჯაყქვიეზდ2 შოკჹლადის ნაზავი სამ ნაწილად გაყავით და ნაყებსჯშეათქდიფვთ. მიჩებუჶი შიგთავსი@კოვიით გაგპშლე:ულ ქერქფი გადაიტანეთ და ზედჸპირი მოასწორეთ. შედგით ჰაციდარჲიფგამყარებაუდე,0დააცლႷებით 6 ჩაათით.
ჳ
ჾგანაშირ მომზადება:ჹმირთმევასდე, მიკროტაჶღურ ღუმელის თასში მოათავსეთჯრნკოლჸდის ნატეხები და ¾ ჭიქრ ნაღები. ეააჩვრე@ჯ/-ჯ წუთიყ, უშიეთ@ყოველ 30ფწამში, ერთგვარჹდანი0ჟაႷის მიღებამდე. მჹასხ[თ ღვეზელ§ და გააგრილეთ. მოაყარვკ ზღ>ის მარილი.

აქ კი უკვე პრაქტიკულად ყველაფერი გასაგებია, თუ არ ჩავთვლით იმას, რომ, მაგალითად, ალბათ, არცთუ იოლი მისახვედრია, რა სიტყვის დამახინჯებით გამოვიდა „ოაზები“.

მიაქციეთ ყურადღება ერთ გარემოებას: მიუხედავად იმისა, რომ 0-ებისა და 1-ების გადაცემისას შეცდომა დაახლოებით 50-დან ერთ შემთხვევაში ხდება, არასწორი ასოების წილი აშკარად გაცილებით მეტია ერთ ორმოცდამეათედზე. თუ ხვდებით, რატომ ხდება ეს?

დავალება IV.1 (უადვილესი)

თუ, როგორც ჩვენთან, თითოეული ასო კოდირებულია 7 ცალი 0-ისა და 1-ის კომბინაციით და გადაცემისას 0-ის მაგიერ 1 ან პირიქით 1-ის მაგიერ 0 მიიღება საშუალოდ 50 შემთხვევიდან ერთხელ, საშუალოდ ასოების რა ნაწილი იქნება არასწორად მიღებული?

ალბათ დამეთანხმებით - თუ ლაპარაკია, ვთქვათ, კოსმოსური აპარატის Cassiniს მიერ სატურნის რგოლების გამოსახულების გადმოცემაზე, ეგრე საქმე არ წავა და რაღაცის მოფიქრებაა საჭირო.

ეს „რაღაც" კვლავ იგივეა, რაც წინა დავალებებში: მანძილის ცნება. აქაც შეგვიძლია ორ კოდურ მიმდევრობას შორის მანძილი განვსაზღვროთ, როგორც იმ ადგილების რაოდენობა, რომლებშიც ისინი განსხვავდებიან. ჩვენი გადამცემი კოდის სუსტი მხარე ისაა, რომ ასეთი მანძილის აზრით ჩვენი კოდური მიმდევრობები ძალიან ახლო-ახლო არიან ერთმანეთთან. ჩვენთან ხომ 0-ებისა და 1-ების ყოველი შვიდეული რაიმე ასოს ან სიმბოლოს შეესაბამება, ასე რომ გვაქვს უამრავი კოდური მიმდევრობები, რომელთა შორის მანძილი მხოლოდ ერთის ტოლია.

აქედან ასეთი სულ მარტივი მოსაზრება: შევარჩიოთ კოდური მიმდევრობები ისე, რომ ნებისმიერ ორ კოდურ მიმდევრობას შორის მანძილი ერთზე მეტი იყოს. მაშინ, თუ რომელიმე კოდური მიმდევრობის გადაცემისას მხოლოდ ერთი შეცდომა მოხდა, შეტყობინების მიმღები ამას მიხვდება.

როგორც ხედავთ, ჩვენს წინა დავალება III-ში მსგავსი რამ გვჭირდებოდა. აქ ვიხილავდით 0-ებისა და 1-ების შვიდეულებს, რომლებიც შეესაბამებოდნენ 128 გადასაცემ სიმბოლოს. იქ გვქონდა 1-ების, 2-ებისა და 3-ების ოთხეულები, რომლებიც შეესაბამებოდნენ ტესტის 6 ვარიანტს. ტესტის შედგენის მცდელობა, რომელიც იქ განვიხილეთ, ასეთ ოთხეულებს შეიცავდა: 1111, 2222, 3333, 1231, 2312, 3123. ჩვენ იქ ვნახეთ, რომ ეს ოთხეულები ორ-ორ ადგილას მაინც განსხვავდება ერთმანეთისგან. წარმოვიდგინოთ, რომ ამ ოთხეულების მეშვეობით გადავცემთ ექვსასოიანი ანბანით დაწერილ შეტყობინებას. ვთქვათ, გადაცემისას ამ ანბანის ერთ-ერთი ასო გადავეცით 2312 მიმდევრობის მეშვეობით, მაგრამ მოხდა ერთი შეცდომა და 2312-ის მაგიერ მიღებულ იქნა 2313, რომელიც 2312-ისგან ერთის ტოლ მანძილზე იმყოფება. მაგრამ ჩვენს ექვს ოთხეულს შორის საერთოდ არ არის 2313, ასე რომ შეტყობინების მიმღები მიხვდება, რომ ამ ოთხეულის გადაცემისას შეცდომა მოხდა.

ზოგადად, (m,n)-კოდი ვუწოდოთ რაიმე m სიმბოლოსგან შედგენილი n სიგრძის მიმდევრობების ნებისმიერ სიმრავლეს. ამრიგად, ჩვენ ჯერ-ჯერობით შეგვხვდა 128 მიმდევრობისგან შემდგარი (2,7)-კოდი და 6 მიმდევრობისგან შემდგარი (3,4)-კოდი. რაიმე C კოდის დაშორება $d(C)$ ვუწოდოთ მის შემადგენელ მიმდევრობებს შორის უმცირესი მანძილი. ასე რომ, ჩვენი 128-მიმდევრობიანი (2,7)-კოდის დაშორებაა 1, ხოლო 6-მიმდევრობიანი (3,4)-კოდის (1111, 2222, 3333, 1231, 2312, 3123)-ის დაშორებაა 2.

ის, რაზეც ეხლა ვიმსჯელეთ, ახლა მეორენაირად ასე შეგვიძლია ჩამოვაყალიბოთ: თუ კოდის დაშორება ერთზე მეტია, მაშინ მისი გამოყენებით გადაცემული შეტყობინების მიმღებს შეუძლია ნებისმიერი ისეთი მიმდევრობის აღმოჩენა, რომელიც ერთ შეცდომას შეიცავს.

ალბათ, იოლად განაზოგადებთ ამ დებულებას ნებისმიერ დაშორებაზე.

დავალება IV.2 (ადვილი)

აჩვენეთ, რომ თუ კოდის დაშორება მეტია k-ზე, მაშინ ამ კოდით მიღებულ შეტყობინებაში შეიძლება ყველა ისეთი მიმდევრობის აღმოჩენა, რომლის გადაცემისას k ან k-ზე ნაკლები შეცდომა მოხდა.

დავუბრუნდეთ წინა მაგალითს, როცა გადაცემული იყო მიმდევრობა 2312, ხოლო შეცდომით მიღებული იქნა მიმდევრობა 2313. როგორც ვთქვით, მიმღებს შეუძლია ამ შეცდომის აღმოჩენა. მაგრამ უფრო მეტიც, თუ მან ამა თუ იმ მიზეზით იცის, რომ ამ მიმდევრობის გადაცემისას მხოლოდ ერთი შეცდომა მოხდა, ის შეძლებს ამ შეცდომის გამოსწორებას, ესე იგი მიხვდება, თუ რა მიმდევრობა იყო გამოგზავნილი. მართლაც, რახან მხოლოდ ერთი შეცდომაა დაშვებული, ესე იგი მიღებული სიტყვა გადაცემულისგან დაშორებულია ერთის ტოლი მანძილით. მაგრამ ჩვენს კოდურ მიმდევრობებს შორის მიღებული 2313-იდან მხოლოდ ერთი მიმდევრობაა დაშორებული, სახელდობრ, 2312.

არც ამ მსჯელობის განზოგადებაა რთული.

დავალება IV.3 (არც ესაა რთული)

აჩვენეთ, რომ თუ კოდის დაშორება მეტია $2k$-ზე, მაშინ ამ კოდით მიღებულ შეტყობინებაში შეიძლება ყველა ისეთი მიმდევრობის აღდგენა, რომლის გადაცემისას k ან k-ზე ნაკლები შეცდომა მოხდა.

კოდის დაშორების გაზრდა ძალიან იოლია მისი მიმდევრობების სიგრძის გაზრდის ხარჯზე:

დავალება IV.4 (ადვილი)

მოგვცეს (m,n)-კოდი დაშორებით d. გააკეთეთ მისგან ახალი (m,pn)-კოდი დაშორებით pd, ყოველი ნატურალური p რიცხვისათვის.

მაგრამ უფრო ფასობს ისეთი კოდები, რომელთა მიმდევრობების სიგრძე რაც შეიძლება მცირეა დაშორებასთან შედარებით. აი, მაგალითად, ოთხმიმდევრობიანი $(3,6)$-კოდი დაშორებით 5: AAAAAA, ABBBBC, BACCBB, CCABCB ამ მხრივ თავისებურ რეკორდს ამყარებს:

დავალება IV.5

აჩვენეთ, რომ არ არსებობს ხუთ- ან მეტმიმდევრობიანი $(3,6)$-კოდი დაშორებით 5.